

# Control de Sistemas Multivariables con Retardo

Prof. Julio E. Normey-Rico

Departamento de Automação e Sistemas - DAS  
Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC  
julio.normey@ufsc.br  
www.das.ufsc.br

Marzo 2014

# Sumario

- 1 Introducción
- 2 Revisión del Predictor de Smith SISO
- 3 Análisis del caso MIMO
- 4 El Predictor de Smith MIMO
- 5 El Predictor de Smith Filtrado MIMO
- 6 Conclusiones y trabajos futuros

- 1 **Introducción**
- 2 Revisión del Predictor de Smith SISO
- 3 Análisis del caso MIMO
- 4 El Predictor de Smith MIMO
- 5 El Predictor de Smith Filtrado MIMO
- 6 Conclusiones y trabajos futuros

# 1 - Introducción - Procesos con Retardo

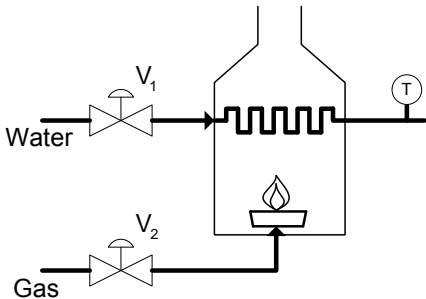
Por que estudiar sistemas con retardo?

- El retardo está presente en la mayoría de los sistemas reales.
- El retardo puede ser causado por:
  - transporte de masa, energía o información;
  - efecto causado por varios sistemas de bajo orden conectados en serie;
  - tiempo de procesamiento en sensores o controladores.
- Dificulta el control porque:
  - el efecto de las perturbaciones demora para ser sentido;
  - la acción de control demora para causar efecto en la variable controlada;
  - la acción de control se calcula con base en un error pasado.

# 1 - Introducción - Procesos con Retardo

Ejemplo práctico: Caldera a gas natural

- Se calienta agua usando quemador de gas natural
- Se mide la temperatura del agua a la salida
- Retardo real de transporte



# 1 - Procesos con Retardo

## Procesos Multivariables

- Sistema con  $m$  entradas (variables de control) y  $n$  salidas (variables controladas)
- Existe acoplamiento entre los lazos
- Cada par entrada-salida es representado por una  $p_{ij}(s)$ , que puede tener retardo  $L_{ij}$

Modelo del sistema ( $\mathbf{U}(s)$  es  $m \times 1$  y  $\mathbf{Y}(s)$  es  $n \times 1$ ):

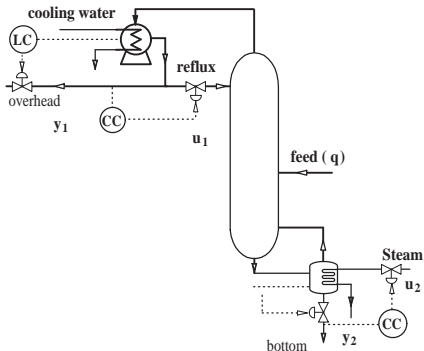
$$\mathbf{Y}(s) = \mathbf{P}(s)\mathbf{U}(s),$$

$$p_{ij}(s) = g_{ij}(s)e^{-L_{ij}s} = \frac{N_{p_{ij}}(s)e^{-L_{ij}s}}{D_{p_{ij}}(s)}, \quad i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m.$$

# 1 - Procesos con Retardo

Ejemplo práctico: Columna de destilación binaria

- Se controla la concentración de etanol de las extracciones
- Se manipulan el caudal de reflujo ( $u_1$ ) y el caudal de vapor del reboiler ( $u_2$ ).
- El caudal de alimentación es la perturbación ( $q$ ).



# 1 - Procesos con Retardo

Ejemplo práctico: Columna de destilación

Modelo de Wood and Berry ( $\mathbf{y} = (y_1 \ y_2)^T$  y  $\mathbf{u} = (u_1 \ u_2)^T$ )

$$\mathbf{P}(s) = \begin{bmatrix} \frac{12.8e^{-s}}{1 + 16.7s} & \frac{-18.9e^{-3s}}{1 + 21s} \\ \frac{6.6e^{-7s}}{1 + 10.9s} & \frac{-19.4e^{-3s}}{1 + 14.4s} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}_q(s) = \begin{bmatrix} \frac{3.8e^{-8.1s}}{1 + 14.9s} \\ \frac{4.9e^{-3.4s}}{1 + 13.2s} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{y}(s) = \mathbf{P}(s)\mathbf{u} + \mathbf{P}_q(s)q$$

- Modelo con retardos y acoplamiento

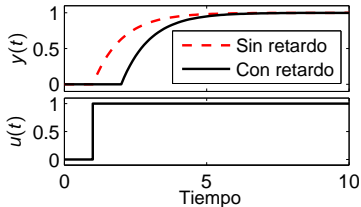


# 1 - Introducción - Procesos con Retardo

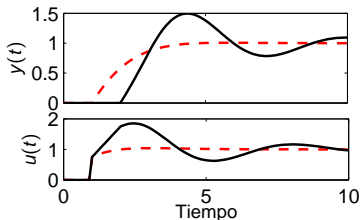
## Efecto en el lazo cerrado

- El proyecto es mas difícil
- Modelo  $P(s) = G(s)e^{-Ls}$
- Controladores tradicionales no tienen buenos resultados  $1 + C(s)G(s)e^{-Ls}$
- Caso MIMO se agrega el problema de los acoplamientos
- La solución es usar control basado en modelo
  - Compensadores de retardo - Predictor de Smith y Modificaciones

### ● Lazo abierto



### ● Lazo cerrado

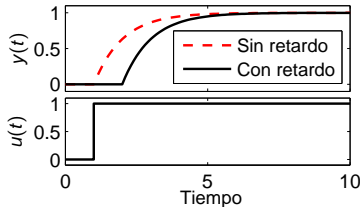


# 1 - Introducción - Procesos con Retardo

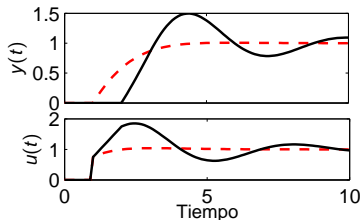
## Efecto en el lazo cerrado

- El proyecto es mas difícil
- Modelo  $P(s) = G(s)e^{-Ls}$
- Controladores tradicionales no tienen buenos resultados  $1 + C(s)G(s)e^{-Ls}$
- Caso MIMO se agrega el problema de los acoplamientos
- La solución es usar control basado en modelo
  - Compensadores de retardo - Predictor de Smith y Modificaciones

### ● Lazo abierto



### ● Lazo cerrado



# 1 - Introducción - Procesos con Retardo

Efecto en el lazo cerrado, caso MIMO

Ejemplo:

$$\mathbf{P}(s) = \begin{bmatrix} \frac{e^{-s}}{1+2s} & \frac{0.5e^{-2s}}{1+2s} \\ \frac{2e^{-1.5s}}{1+10s} & \frac{-e^{-s}}{1+5s} \end{bmatrix}.$$

- El problema de control se complica por el acoplamiento y los multiples retardos

Cerrando el bucle con control proporcional diagonal:

$$E_c(s) = \left[ 1 + \frac{k_1 e^{-s}}{1+2s} \right] \left[ 1 - \frac{k_2 e^{-s}}{1+5s} \right] - \left[ \frac{0.5k_2 e^{-2s}}{1+2s} \right] \left[ \frac{2k_1 e^{-1.5s}}{1+10s} \right]$$

# 1 - Introducción - Procesos con Retardo

Efecto en el lazo cerrado, caso MIMO

La FT de bucle cerrado resulta  $(\mathbf{I} + \mathbf{PC})^{-1}\mathbf{PC}$ :

$$\frac{1}{E_c(s)} \begin{bmatrix} 1 - \frac{k_2 e^{-s}}{1 + 5s} & \frac{-0.5k_2 e^{-2s}}{1 + 2s} \\ \frac{-2k_1 e^{-1.5s}}{1 + 10s} & 1 + \frac{k_1 e^{-s}}{1 + 2s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{k_1 e^{-s}}{1 + 2s} & \frac{0.5k_2 e^{-2s}}{1 + 2s} \\ \frac{2k_1 e^{-1.5s}}{1 + 10s} & \frac{k_2 e^{-s}}{1 + 5s} \end{bmatrix}.$$

Notar que el retardo de un bucle afecta la estabilidad del otro y esto complica el diseño del control. Por esto, la compensación de retardo MIMO (MIMO-DTC) puede ofrecer una ventaja adicional al caso SISO:

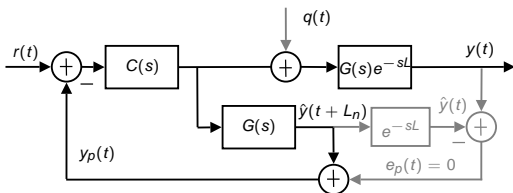
**La eliminación del retardo de las interacciones.**

# Sumario

- 1 Introducción
- 2 Revisión del Predictor de Smith SISO**
- 3 Análisis del caso MIMO
- 4 El Predictor de Smith MIMO
- 5 El Predictor de Smith Filtrado MIMO
- 6 Conclusiones y trabajos futuros

# 2 - Revisión del Predictor de Smith SISO

## Estructura de Control



- Si  $P(s) = P_n(s)$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)} e^{-sL} \quad \frac{Y(s)}{Q(s)} = G(s)e^{-sL} \left[ 1 - \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)} e^{-sL} \right]$$

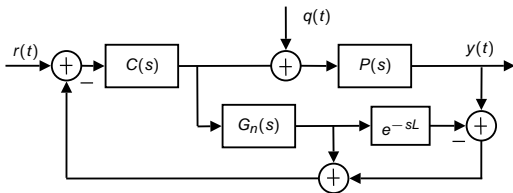
- Sintonizar  $C(s)$  en función de  $G(s)$ .
- El retardo es eliminado de todas las ec. características.

Quales los inconvenientes?

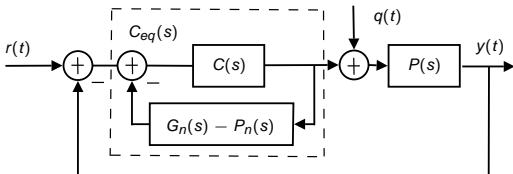
# 2 - Revisión del Predictor de Smith SISO

## Predictor de Smith (PS) - Controlador Equivalente

- El controlador equivalente es por cancelamiento:



$$C_{eq}(s) = \frac{C(s)}{1 + C(s)(G_n(s) - P_n(s))} = \frac{N_c D_g}{D_c D_g + N_c N_g (1 - e^{-Ls})}$$



# 2 - Revisión del Predictor de Smith SISO

## Resumen de propiedades

Que debemos recordar de un sistema controlado con un PS:

### Por la predicción

- El PS elimina el efecto del retardo en la respuesta nominal a consignas;
- El PS permite compromiso entre robustez e prestaciones;

### Por el cancelamiento

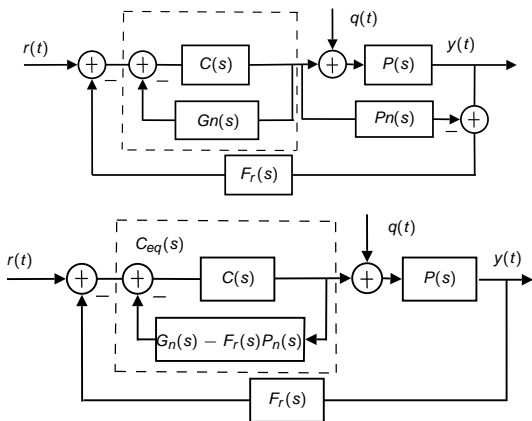
- El PS no se puede usar en plantas inestables ni integradoras;
- El PS no puede acelerar la respuesta al rechazo de perturbaciones mas que el bucle abierto.



# 2 - Revisión del Predictor de Smith SISO

El Predictor de Smith Filtrado. Robustez y cambios en control equivalente

- Estructura equivalente del PS con filtro de robustez:



Elimina el cancelamiento

$$C_{eq}(s) = \frac{C(s)}{1 + C(s)(G_n(s) - F_r(s)P_n(s))}$$

## 2 - Revisión del Predictor de Smith SISO

Ajuste del filtro  $F_r$  en el FSP

El filtro cumple dos funciones fundamentales:

- Debe ser pasa bajos si queremos que atenue los errores de modelado en alta frecuencia).
- Debe hacer con que el Control Equivalente no cancele al polo lento de la planta si queremos acelerar la respuesta a perturbaciones
- IMPORTANTE: este dos ultimos requisitos pueden ser conflictuantes
- Si el filtro se ajusta para evitar el cancelamiento de polos integradores o inestables permite el uso con todo tipo de planta
- Se puede desacoplar la respuesta de rechazo de perturbaciones de la de consigna

**Solución unificada de control robusto de sistemas SISO con retardo**

# Sumario

- Introducción
- Revisión del Predictor de Smith SISO
- **3** Análisis del caso MIMO
- El Predictor de Smith MIMO
- El Predictor de Smith Filtrado MIMO
- Conclusiones y trabajos futuros

# 3- Análisis del caso MIMO

## Procesos Multivariables

Como definir el retardo?

- Físicamente existen los retardos de cada modelo SISO  $L_{ij}$
- No existe **un retardo** para el sistema MIMO
- Retardos solo en las salidas (por ejemplo en sensores)  
 $\mathbf{P}(s) = \mathbf{L}y(s)\mathbf{G}y(s)$
- Retardos solo en las entradas (por ejemplo en actuadores)  
 $\mathbf{P}(s) = \mathbf{G}u(s)\mathbf{L}u(s)$
- Retardos en entradas y salidas  $\mathbf{P}(s) = \mathbf{L}y(s)\mathbf{G}(s)\mathbf{L}u(s)$
- Retardos internos (no se consigue  $\mathbf{G}(s)$  sin retardo)

Siempre  $\mathbf{L}u(s)$  y  $\mathbf{L}y(s)$  son diagonales.

# 3- Análisis del caso MIMO

Retardos Multivariables. Ejemplo.

Retardo en las salidas:

$$\mathbf{P}(s) = \begin{bmatrix} \frac{e^{-5s}}{1+2s} & \frac{0.5e^{-5s}}{1+2s} \\ \frac{2e^{-3s}}{1+10s} & \frac{-e^{-3s}}{1+5s} \end{bmatrix} .$$

$$\mathbf{P}(s) = \begin{bmatrix} e^{-5s} & 0 \\ 0 & e^{-3s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{1+2s} & \frac{0.5}{1+2s} \\ \frac{2}{1+10s} & \frac{-1}{1+5s} \end{bmatrix} .$$

# 3- Análisis del caso MIMO

Retardos Multivariables. Ejemplo.

Retardo en las entradas:

$$\mathbf{P}(s) = \begin{bmatrix} \frac{e^{-2s}}{1+2s} & \frac{0.5e^{-4s}}{1+2s} \\ \frac{2e^{-2s}}{1+10s} & \frac{-e^{-4s}}{1+5s} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P}(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{1+2s} & \frac{0.5}{1+2s} \\ \frac{2}{1+10s} & \frac{-1}{1+5s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-2s} & 0 \\ 0 & e^{-4s} \end{bmatrix}$$

# 3- Análisis del caso MIMO

Retardos Multivariables. Ejemplo.

Retardo en las entradas e salidas:

$$\mathbf{P}(s) = \begin{bmatrix} \frac{e^{-3s}}{1+2s} & \frac{0.5e^{-5s}}{1+2s} \\ \frac{2e^{-4s}}{1+10s} & \frac{-e^{-6s}}{1+5s} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P}(s) = \begin{bmatrix} e^{-3s} & 0 \\ 0 & e^{-4s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{1+2s} & \frac{0.5}{1+2s} \\ \frac{2}{1+10s} & \frac{-1}{1+5s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-2s} \end{bmatrix}$$

# 3- Análisis del caso MIMO

Retardos Multivariables. Ejemplo.

Retardo en las entradas, salidas e internos:

$$\mathbf{P}(s) = \begin{bmatrix} \frac{e^{-3s}}{1+2s} & \frac{0.5e^{-5s}}{1+2s} \\ \frac{2e^{-4s}}{1+10s} & \frac{-e^{-7s}}{1+5s} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P}(s) = \begin{bmatrix} e^{-3s} & 0 \\ 0 & e^{-4s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{1+2s} & \frac{0.5}{1+2s} \\ \frac{2}{1+10s} & \frac{-e^{-1s}}{1+5s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-2s} \end{bmatrix}$$



# 3- Análisis del caso MIMO

Ejemplo de la columna de destilación

Modelo de Wood and Berry ( $\mathbf{y} = (y_1 \ y_2)^T$  y  $\mathbf{u} = (u_1 \ u_2)^T$ )

$$\mathbf{P}(s) = \begin{bmatrix} \frac{12.8e^{-s}}{1 + 16.7s} & \frac{-18.9e^{-3s}}{1 + 21s} \\ \frac{6.6e^{-7s}}{1 + 10.9s} & \frac{-19.4e^{-3s}}{1 + 14.4s} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}_q(s) = \begin{bmatrix} \frac{3.8e^{-8.1s}}{1 + 14.9s} \\ \frac{4.9e^{-3.4s}}{1 + 13.2s} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{y}(s) = \mathbf{P}(s)\mathbf{u} + \mathbf{P}_q(s)q$$

- Modelo con retardos y acoplamiento
- Se puede usar  $\mathbf{L}\mathbf{u} = \mathbf{L}\mathbf{y} = \text{diag}[e^{-s} \ e^{-3s}]$
- El sistema tiene retardos internos (no se consigue  $\mathbf{G}$  sin retardos).

# 3- Análisis del caso MIMO

Como controlar estos procesos

## Usar DTC multivariables (DTC-MIMO)

- Como definir la estructura del DTC-MIMO?
- Se puede usar la idea del Predictor de Smith?
- Cuales son las diferencias con el caso SISO?
- Se puede mejorar el PS usando filtros como en el caso SISO?

# Sumario

- 1 Introducción
- 2 Revisión del Predictor de Smith SISO
- 3 Análisis del caso MIMO
- 4 El Predictor de Smith MIMO**
- 5 El Predictor de Smith Filtrado MIMO
- 6 Conclusiones y trabajos futuros

# 4 - Predictor de Smith MIMO

Es posible extender los resultados del caso SISO?

- Versiones MIMO del SP en la literatura
  - Para plantas estables
    - Cuadradas: G. Alevsakakis and D. E. Seborg (1973), N. F. Jerome and W. H. Ray (1986) etc.
    - No cuadradas: A. S. Rao and M. Chidambaram (2006), C. Pop et al. (2011) etc.
  - Para plantas inestables:
    - Cuadradas: P. García and P. Albertos (2011)
    - No cuadradas: Santos, Flesch and Normey-Rico

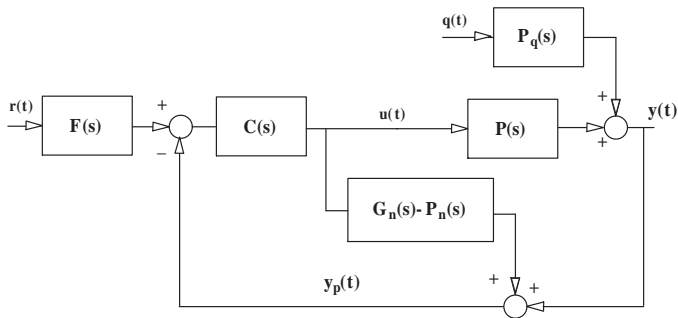
**Proponer una solución general para plantas MIMO con propiedades similares a las del FSP**

# 4 - Predictor de Smith MIMO

Extendiendo los resultados del caso SISO

Usar la misma estructura.

- Modelo  $\mathbf{P}_n$  y modelo rápido  $\mathbf{G}_n$
- Control primario ajustado para  $\mathbf{G}_n$
- Filtro de referencia si necesario



# 4 - Predictor de Smith MIMO

## Análisis de propiedades

Se cumplen las propiedades del caso SISO?

- 1- Ecuación característica libre de retardo? Solo si  $\mathbf{G}_n$  libre de retardo.
- 2-  $\mathbf{Y}_p$  es una predicción de la salida  $\mathbf{Y}$  (anticipación en el tiempo)? Solo si  $\mathbf{P}_n = \mathbf{L}\mathbf{G}_n$
- 3- El control equivalente cancela los pólos de la planta  $\mathbf{P}_n$ ? Si

Se puede ver que:

- Las condiciones 1 y 2 dependen de la elección de  $\mathbf{G}_n$ .
- Salvo en casos muy simples, no se cumplen 1 y 2 simultáneamente.
- La elección de  $\mathbf{G}_n$  y por tanto de  $\mathbf{L}$  determinará el tipo de solución.

# 4 - Predictor de Smith MIMO

## Casos particulares

Sistema solo con retardos en las salidas (medición)

- $\mathbf{G}_n$  es libre de retardo.
- Como  $\mathbf{L} = \text{diag}[e^{-L_1s} \dots e^{-L_ns}]$  entonces  $\mathbf{P}_n = \mathbf{L}\mathbf{G}_n$
- Las condiciones 1 y 2 se cumplen

Sistema con retardos en las entradas o internos

- Si se usa  $\mathbf{G}_n$  libre de retardo, entonces  $\mathbf{P}_n \neq \mathbf{L}\mathbf{G}_n$
- Si se usa  $\mathbf{L} = \text{diag}[e^{-L_1s} \dots e^{-L_ns}]$  entonces  $\mathbf{P}_n = \mathbf{L}\mathbf{G}_n$  y  $\mathbf{G}_n$  tiene retardos
- Si los retardos mínimos estan en la diagonal los retardos no imponen restricciones de ganancia.

## 4 - Predictor de Smith MIMO

Ajuste del control primario. Caso general.

En bucle cerrado:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{PC}(\mathbf{I} + \mathbf{GC})^{-1}\mathbf{FR} + [\mathbf{I} - \mathbf{PC}(\mathbf{I} + \mathbf{GC})^{-1}]\mathbf{P}_q\mathbf{Q}$$

Si se busca la propiedad 1.

- Se elije  $\mathbf{G}_n$  sin retardo. El ajuste de  $\mathbf{C}$  es mas simple para definir la dinámica de  $\mathbf{Y}_p$
- Problema: la dinámica de  $\mathbf{Y}_p$  no es la anticipación de  $\mathbf{Y}$
- Al aumentar la ganancia aumentan los acoplamientos.
- Con ganancias grandes, para la referencia se aproxima:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{P}_n\mathbf{G}_n^{-1}\mathbf{R} \neq \mathbf{LR}$$

Se observa que  $\mathbf{P}_n\mathbf{G}_n^{-1}$  puede dar un resultado dinâmicamente no adecuado. Hay que estudiar caso a caso.



# 4 - Predictor de Smith MIMO

Ejemplo: Wood and Berry.

Modelo sin retardo:

$$\mathbf{G}_n(s) = \begin{bmatrix} \frac{12.8}{1 + 16.7s} & \frac{-18.9}{1 + 21s} \\ \frac{6.6}{1 + 10.9s} & \frac{-19.4}{1 + 14.4s} \end{bmatrix}$$

Bulce cerrado ideal ( $Dt_g = g_{11}g_{22} - g_{12}g_{21}$ )

$$\mathbf{P}\mathbf{G}^{-1} = \frac{1}{Dt_g} \begin{bmatrix} g_{22}g_{11}e^{-L_{11}s} - g_{21}g_{12}e^{-L_{12}s} & -g_{11}g_{12}e^{-L_{11}s} + g_{11}g_{12}e^{-L_{12}s} \\ g_{22}g_{21}e^{-L_{21}s} - g_{21}g_{22}e^{-L_{22}s} & g_{21}g_{12}e^{-L_{21}s} - g_{11}g_{22}e^{-L_{22}s} \end{bmatrix}$$

Observar acoplamientos.

## 4 - Predictor de Smith MIMO

Ajuste del control primario. Caso general.

En bucle cerrado:

$$Y = \mathbf{PC}(\mathbf{I} + \mathbf{GC})^{-1}\mathbf{FR} + [\mathbf{I} - \mathbf{PC}(\mathbf{I} + \mathbf{GC})^{-1}]\mathbf{P}_q\mathbf{Q}$$

Si se busca la propiedad 2 con **retardos mínimos en la diagonal**:

- Se calcula  $\mathbf{L}$  con los retardos mínimos por salida.
- Como  $\mathbf{G}_n$  tiene retardo el ajuste es más complejo.
- Ventaja: la dinámica calculada para  $\mathbf{Y}_p$  es la anticipación de  $\mathbf{Y}$
- Las respuestas son en general mejores. El aumento de la ganancia depende de los retardos del modelo rápido.
- Idealmente se pueden desacoplar las respuestas en bucle cerrado.

$$Y = \mathbf{P}_n\mathbf{G}_n^{-1}\mathbf{R} = \mathbf{LR}$$

# 4 - Predictor de Smith MIMO

Ejemplo: Wood and Berry.

Modelo rápido eliminado retardos mínimos por salida:

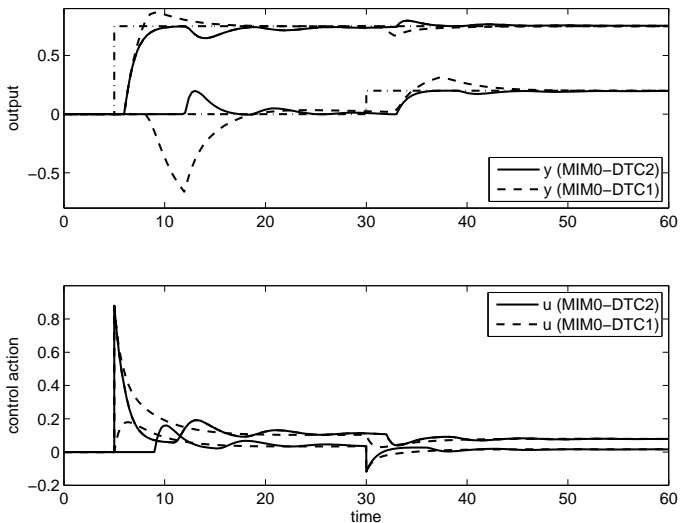
$$\mathbf{G}_n(s) = \begin{bmatrix} \frac{12.8}{1 + 16.7s} & \frac{-18.9e^{-2s}}{1 + 21s} \\ \frac{6.6e^{-4s}}{1 + 10.9s} & \frac{-19.4}{1 + 14.4s} \end{bmatrix}$$

- Como  $\mathbf{G}_n$  no tiene retardo en la diagonal  $\mathbf{G}_n^{-1}$  es realizable
- $\mathbf{Y}_p$  anticipa  $\mathbf{Y}$ , menor interacción

# 4 - Predictor de Smith MIMO

Ejemplo comparativo. Wood and Berry.

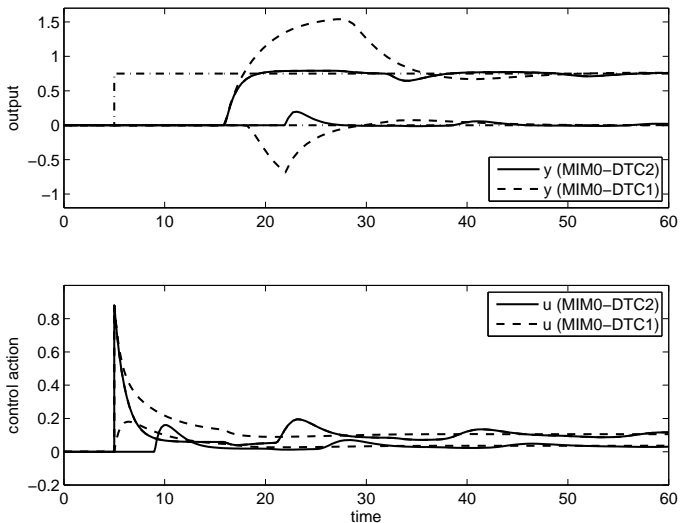
Caso normal, con retardos originales.



# 4 - Predictor de Smith MIMO

Ejemplo comparativo. Wood and Berry.

Caso con retardos aumentados.



# 4 - Predictor de Smith MIMO

Ajuste del control primario. Caso general.

Si los retardos mínimos no estan en la diagonal.

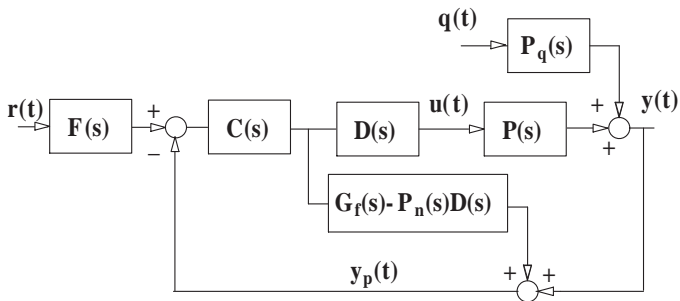
Se busca reordenar con retardos mínimos en la diagonal.

- Reordenar conmutando solo filas o columnas.
- Si se consigue: calcular matriz de retardos.
- Si no se consigue (2 posibilidades):
  - adicionar retardos para conseguir la propiedad 2 para todas las salidas.
  - conseguir la condición para las salidas importantes.
- Ajustar el control primario

# 4 - Predictor de Smith MIMO

Estructura General.

Caso con adición de retardos: Matriz **D**.



# Sumario

- Introducción
- Revisión del Predictor de Smith SISO
- Análisis del caso MIMO
- El Predictor de Smith MIMO
- 5** ● El Predictor de Smith Filtrado MIMO
- Conclusiones y trabajos futuros



# 5 - Predictor de Smith Filtrado MIMO

## Generalidades.

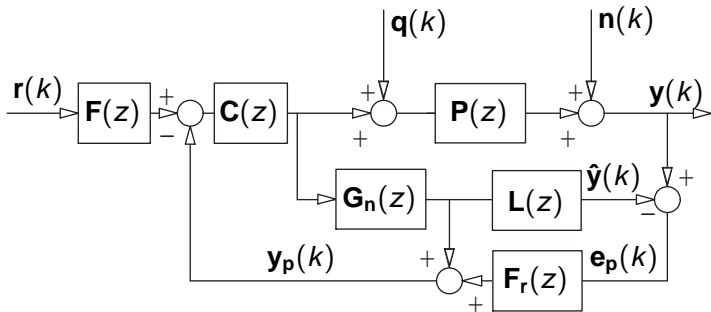
Como se realiza el estudio:

- Propuesta en tiempo discreto.
- Análisis de todos los casos: estable/inestable; cuadrado/rectangular.
- Foco en la estructura de predicción.
- Ajuste del control primario por métodos conocidos.
- Se supone que el control primario estabiliza el modelo rápido (estabilidad interna)

# 5 - Predictor de Smith Filtrado MIMO

Estructura del MIMO FSP

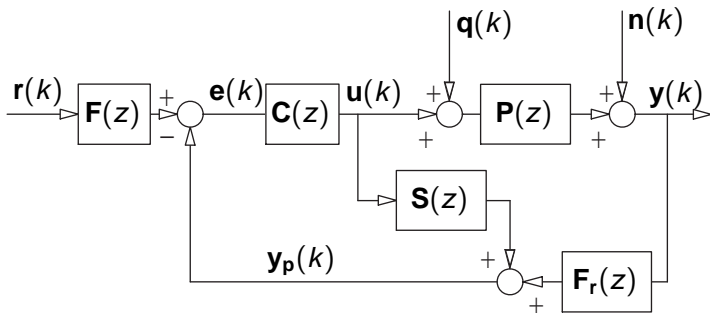
Estructura de analisis



# 5 - Predictor de Smith Filtrado MIMO

## Estructura del MIMO FSP

### Estructura de implementación



$$S(z) = [I - F_r(z)L(z)]G_n(z)$$

# 5 - Predictor de Smith Filtrado MIMO

## Objetivos de control

- Compensación de retardos
- Estabilidad interna
- Respuestas rápidas al rechazo de perturbaciones
- Robustez
- Atenuación de ruidos

Usar las mismas ideas del caso SISO:

- Usar  $F_r(z)$  para el rechazo de perturbaciones y robustez
- Usar  $C(z)$  para el seguimiento de consignas
- $S(z)$  estable para estabilidad interna

Válido para los dos tipos de modelo rápido

# 5 - Predictor de Smith Filtrado MIMO

## Modelos de Predicción - Caso Cuadrado

Independiente del modelo rápido:

- $\mathbf{S}(z) = \mathbf{G}_f(z) - \mathbf{F}_r(z)\mathbf{P}_n(z)$
- Estabilidad interna se obtiene con  $\mathbf{S}(z)$  estable

Compensación de retardos mínimos o total?

- iguales propiedades que em PS MIMO
- Ajuste de  $\mathbf{C}(z)$  es normalmente mas fácil para el caso sin retardos
- Con retardos mínimos menor acoplamiento

# 5 - Predictor de Smith Filtrado MIMO

## Modelos de Predicción - Caso Cuadrado

- El filtro de ajusta por salida, es paso bajo.
- Se cancelan todos los pólos lentos o inestables de cada fila de  $\mathbf{P}_n(z)$
- El denominador del filtro es el grado de libertad para robustez-tiempo de respuesta.

$$F_{r_i}(z) = \frac{a_{v_i} z^{v_i} + \dots + a_1 z + a_0}{(z - \alpha_j)^{v_i}} \bar{F}_{r_i}(z)$$

- El problema polinómico es igual al caso SISO, pero con orden mayor
- Al eliminarse los pólos lentos o inestables se controlan todo tipo de plantas con retardo MIMO
- Se puede acelerar la respuesta a las perturbaciones
- El control primario puede ser de cualquier tipo.

# 5 - Predictor de Smith Filtrado MIMO

Ejemplo - Wood and Berry

Para acelerar la respuesta a una perturbación a la entrada:

Calculamos  $\mathbf{S}(z) = \mathbf{G}_f(z) - \mathbf{F}_r(z)\mathbf{P}_n(z) =$

$$\begin{bmatrix} \frac{2.5}{z-0.8} & \frac{-3.7z^{-2}}{z-0.9} \\ \frac{1.2z^{-4}}{z-0.72} & \frac{-3.9}{z-0.82} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} F_{r1}(z)\frac{2.5z^{-1}}{z-0.8} & F_{r1}(z)\frac{-3.7z^{-3}}{z-0.9} \\ F_{r2}(z)\frac{1.2z^{-7}}{z-0.72} & F_{r2}(z)\frac{-3.9z^{-3}}{z-0.82} \end{bmatrix}$$

Eliminar  $z = 0.9$  en la salida 1 y  $z = 0.82$  en la salida 2:

- $1 - F_{r1}z^{-1} = 0$  para  $z = 0.9$
- $1 - F_{r2}z^{-3} = 0$  para  $z = 0.82$

# 5 - Predictor de Smith Filtrado MIMO

## Metodología para Ajuste

- Se analiza  $\mathbf{G}_n(z)$  y los pólos indeseados por salida
- Se propone un filtro diagonal  $n \times n$ 
  - $F_{r_i}(z)$  tiene suficiente ceros para eliminar las raíces indeseadas de  $G_{ij}(z)$  de  $\mathbf{S}(z)$  (para todo  $j$ )
  - Se obtienen las condiciones de los numeradores de los filtros  $F_{r_i}(z)$
  - Cada  $F_{r_i}(z)$  tiene un pólo libre para el compromiso: robustez  $\times$  rechazo de disturbios
- Se ajusta el control primario
- Sistema nominal en bucle cerrado estable si  $\mathbf{C}(z)$  estabiliza  $\mathbf{G}_n(z)$  (o  $\mathbf{G}_f(z)$ )
- La robustez del controlador se define con la forma frecuencial de los  $F_{r_i}(e^{j\omega T_s})$  definiendo los pólos

El ajuste puede ser analítico (si hay datos) o empírico.



# 5 - Predictor de Smith Filtrado MIMO

## Ejemplo - Sistema de Evaporación

- PVs: nivel ( $y_1$ ) y temperatura ( $y_2$ ) tanque
- MVs: flujo jugo ( $u_1$ ), flujo vapor ( $u_2$ )
- Perturbación: flujo de salida  $q(s)$
- Modelos ( $T_s = 0.2$  min)

$$\mathbf{P}_n(s) = \begin{bmatrix} \frac{3.5e^{-s}}{s} & \frac{-e^{-5s}}{1+2s} \\ \frac{2e^{-7s}}{1+1.5s} & \frac{-e^{-5s}}{1+3.2s} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}_q(s) = \begin{bmatrix} \frac{3.5e^{-3s}}{s} \\ \frac{-4.5e^{-2s}}{1+2s} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G}_f = \begin{bmatrix} \frac{0.7}{z-1} & \frac{-0.0952}{z-0.9048} \\ \frac{0.2497}{z-0.8752} & \frac{-0.0606}{z-0.9394} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_o = \begin{bmatrix} \frac{0.7}{z-1} & \frac{-0.0952z^{-20}}{z-0.9048} \\ \frac{0.2497z^{-10}}{z-0.8752} & \frac{-0.0606}{z-0.9394} \end{bmatrix}.$$

# 5 - Predictor de Smith Filtrado MIMO

Ejemplo - Sistema de Evaporación

## Control primario

- PI Descentralizados  $\left( C_{ij}(z) = K_{Cij} + \frac{K_{Cij} T_{s} z}{T_{ij} z - 1} \right)$
- Ajuste parametros

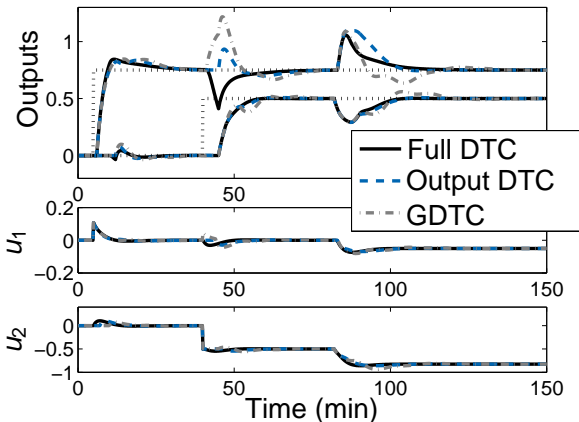
$$\mathbf{Kc} = \begin{bmatrix} 0.14 & 0 \\ 0 & -0.95 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Ti} = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 3.2 \end{bmatrix}$$

- $F_r(z)$  para eliminar de  $\mathbf{S}(z)$  el polo integrador
- $F_{r1} = \frac{1.5z-1.4}{(z-0.9)}$  y  $F_{r2} = 1$ .
- Robustez peora si se acelera la respuesta a las perturbaciones.

# 5 - Predictor de Smith Filtrado MIMO

Ejemplo - Sistema de Evaporación

- Comparando tipo de predictor (desacoplo, oscilaciones)



# Sumario

- 1 Introducción
- 2 Revisión del Predictor de Smith SISO
- 3 Análisis del caso MIMO
- 4 El Predictor de Smith MIMO
- 5 El Predictor de Smith Filtrado MIMO
- 6 Conclusiones y trabajos futuros

## 6- Consideraciones finales

- Recordar las particularidades del control de sistemas MIMO con retardo
- Las principales ideas del caso SISO se extienden al caso MIMO.
- Se obtienen mejoras frente a un control convencional.
- El FSP MIMO permite controlar plantas MIMO estables e inestables.
- El procedimiento de ajuste es generak
- Resultados de simulación y reales comprueban resultados.
- Trabajar el ajuste de control primario.

# Referencias

- N. F. Jerome, W. H. Ray, High performance multivariable control strategies for systems having time delays, AIChE J 32 (6) (1986) 914931.
- P. Garcia, P. Albertos, Dead-time-compensator for unstable MIMO systems with multiple time delays, J Process Control 20 (7) (2010) 877884.
- R. C. C. Flesch, T. L. M. Santos, J. E. Normey-Rico, Unified approach for minimal output dead time compensation in MIMO non-square processes, in: 51st IEEE Conference on Control and Decision, Vol. 1, 2012, pp. 2376 2381.
- J.E. Normey-Rico and E.F. Camacho. Control of Dead-time Processes, Springer 2007
- R. C. C. Flesch, B. C. Torrico, J. E. Normey-Rico, M. U. Cavalcante, Unified approach for minimal output dead time compensation in MIMO processes, J Process Control 21 (7) (2011) 10801091.
- R. C. C. Flesch, T. L. M. Santos, J. E. Normey-Rico. On the filtered Smith predictor for MIMO processes with multiple time delays, JPC 2014 (in press)