EGB 8 4

Curso de Matemáticas y Ciencias de la Naturaleza del PRONEP-EGB Asignatura Matemáticas Título Un espacio vectorial de Dimensión 1 Primera parte Autores Francisco Vecino, María Esperanza Garijo, María del Carmen Chamorro y la colaboración del profesor Alberto Izpún Día de grabación 16 de abril de 1980 Día de emisión 3 de mayo de 1980 Duración 15 minutos El equipo de matemáticas va a presentarles en dos espacios sucesivos hoy y el próximo día 10 a esta misma hora un guión dedicado al tema de los espacios vectoriales Es pues importante que si nos sintoniza hoy vuelva a hacerlo el sábado próximo Los conceptos de independencia lineal, sistema de generadores, base y dimensión de un espacio vectorial serán tratados el día 10 Como ya le indicamos, consideramos aconsejable que grave la emisión y vuelva a escucharla antes del día 10 Prepare el esquema que se le ha enviado, así como papel y lápiz La estructura de espacio vectorial La estructura de espacio vectorial aunque aparentemente no figura en los cuestionarios de EGB es imprescindible a la hora de estudiar con perfecto sentido la regla de tres simple y compuesta y los problemas de interés A nuestro juicio se trata de una estructura asequible a los alumnos de séptimo y octavo de EGB que previamente hayan trabajado con la estructura de grupo Basta con encontrar modelos didácticos asequibles a su edad Como siempre, hemos pretendido que se alcance un doble objetivo reforzar el concepto de espacio vectorial expuesto en la unidad 3 a través de un modelo didáctico aplicable a la segunda etapa de EGB La historia que contaremos es un tanto curiosa pero nos permitirá construir un espacio vectorial muy sencillo Usted podrá inventar otras muchas historias con el mismo fin El doctor Elkis ha descubierto tres tipos de pastillas La pastilla E que sirve para engordar La pastilla D que hace adelgazar Y la pastilla I de vitaminas que no cambia el peso de los pacientes Al probarlas en el laboratorio con cobayas se ha observado un resultado curioso Dos pastillas E de engordar hacen el mismo efecto que la pastilla D de adelgazar Dos pastillas D de adelgazar hacen el mismo efecto que la pastilla E de engordar La pastilla I de vitaminas tomada con la D o la E hace el mismo efecto que la D y la E respectivamente Una pastilla D tomada con una pastilla E hacen el efecto de una pastilla I En su diario de laboratorio el doctor Elkis ha anotado los resultados para que no se lo olviden y ha escrito lo siguiente D más D igual a E E más E igual a D I más E igual a E I más D igual a D Y por último D más E igual a I Para resumir los resultados ha hecho una tabla de doble entrada siguiendo este orden E, D, I A esta tabla le llamaremos tabla 1 La tabla 1 se encuentra en el esquema que se les ha enviado Si observa atentamente la tabla podrá comprobar que el conjunto de pastillas E, D, I al que llamaremos P con la operación tomar una pastilla detrás de otra que hemos designado por más es un grupo abeliano La ley es interna y asociativa La pastilla I hace de elemento neutro Las pastillas D y E son simétricas La una de la otra y la operación más es conmutativa Por tanto el par D más es un grupo abeliano Continuando con el experimento El doctor X ha instalado en las jaulas de las cobayas unos pequeños timbres y se han dispuesto tres comederos con pastillas I, D, I, E respectivamente Cuando suena el timbre una sola vez la cobaya toma una sola pastilla Si suena el timbre dos veces toma dos pastillas del mismo comedero Y por último si suena el timbre tres veces la cobaya toma tres pastillas pero siempre del mismo comedero Es decir, la cobaya toma tantas

pastillas de un mismo comedero como timbrazos suenan en la jaula Supongamos que ha sonado tres veces el timbre y la cobaya ha escogido el comedero E ¿engordará, adelgazará o conservará su peso? La cobaya ha tomado tres pastillas E El resultado será que se queda como estaba Dos pastillas E le hacen adelgazar Si toma a continuación otra pastilla E se quedará como estaba El doctor X ha escrito así en su cuaderno Clase 3 por E igual a E más E más E igual a D más E igual a I Ahora ha sonado dos veces el timbre y la cobaya ha ido al comedero D Toma dos pastillas D y por tanto adelgaza Escribiremos pues Clase 2 por D igual a D más D igual a E Como podrá ver se ha definido una ley externa designada por POR del producto cartesiano Z3 por P El cuerpo de escalares es Z3 conjunto de las clases residuales módulo 3 con la suma y el producto Observará que hemos utilizado el número 3 perteneciente a la clase 0 para indicar el número de timbrazos Por tanto habrá de entenderse que clase 3 más clase A es lo mismo que clase 0 clase 0 más clase A igual a clase A De la misma forma si tomamos un número superior a 3 debemos entender que pertenece a la clase residual que le corresponde La ley externa del producto cartesiano Z3 por P en P ha sido definida como sigue Clase N por pastilla H es igual que tomar N veces la pastilla H Comprobaremos a continuación que la ley externa POR cumple los cuatro asiomas con lo que habremos construido un espacio vectorial Veremos pues que P es un Z3 P es espacio vectorial o dicho de otra forma P es un espacio vectorial sobre el cuerpo Z3 En una de las jaulas ha sonado el timbre tres veces y mientras la cobaya se dirige al comedero D suena el timbre de nuevo dos veces Ingiere cinco pastillas D que hacen el mismo efecto que dos pastillas D Anotamos clase 3 más clase 2 todo ello por D igual a clase 5 por D igual a clase 2 por D igual a D más D igual a E En la jaula de al lado ha sonado tres veces el timbre y la cobaya ha ido al comedero D Más tarde ha sonado dos veces el timbre y de nuevo ha ido hacia las pastillas D Escribiremos pues clase 3 por D más clase 2 por D igual a D más D más D todo ello más D más D igual a D más D igual a E Como en las dos jaulas se ha producido el mismo resultado el doctor X ha escrito clase 3 más clase 2 todo ello por D igual a clase 3 por D más clase 2 por D Después de realizar abundantes experimentos de este tipo el doctor X ha llegado a la conclusión de que para sus pastillas siempre se cumple el siguiente axioma clase A más clase B todo ello por pastilla H es igual a clase A por pastilla H más clase B por pastilla H Una de las cobayas ha mostrado un comportamiento anormal ha sonado el timbre dos veces y al dirigirse a los comederos ha tirado las pastillas mezclándolas Además ha tomado una pastilla D y otra E y a continuación otra vez ha tomado una pastilla D y otra E Su comportamiento ha quedado anotado así clase 2 por D más E igual a clase 2 por I igual a E han vuelto a tocar dos veces el timbre y esta vez la cobaya ha tomado dos pastillas D Para comprobar de nuevo si la cobaya ha vuelto a la normalidad se ha tocado el timbre otras dos veces y ahora ha tomado dos pastillas E Este comportamiento se ha anotado como sigue clase 2 por D más clase 2 por E igual a D más D más E más E igual a E Si observamos ha ocurrido que clase 2 por D más E es lo mismo que clase 2 por D más clase 2 por E En ambos casos el resultado ha sido el mismo Repetida la experiencia se ha comprobado que siempre es cierto lo siguiente clase A por pastilla H más pastilla K es lo mismo que clase A por pastilla H más clase A por pastilla K Como verás se ha comprobado hasta ahora que los dos primeros axiomas se verifican Aquí hemos actuado solo sobre unos cuantos ejemplos En su clase deberá agotar todos los casos posibles antes de asegurar que se cumple un determinado axioma Si observa que tanto en Z3 como en

P las operaciones son conmutativas se reduce considerablemente el número de casos Es fácil comprobar que siempre ocurre que clase 1 por pastilla H es igual a pastilla H El otro axioma que dice clase A por clase B por pastilla H igual a clase de A por B por pastilla H lo dejamos para que sea usted quien se ejercite en su comprobación Les esperamos el próximo sábado para continuar nuestra historia Buenas noches