Asignatura Matemáticas Comentarios sobre el producto cartesiano Hemos elegido esta vez un tema de la primera etapa, pensando que muchos de nuestros maestros se encuentran impartiendo esos niveles y que, con frecuencia,

nos consultan sobre la manera de proceder con sus alumnos a la hora de introducir conceptos que serán fundamentales a lo largo de toda la EGB. Creemos que el concepto de producto cartesiano tiene gran trascendencia. Sin una buena comprensión de éste, es imposible abordar el estudio de las relaciones y aplicaciones en general, de las leyes de composición en particular, así como la construcción de los conjuntos de los números enteros y de los números racionales. Nuestros comentarios van a tener como punto de referencia un guión del profesor Alberto Aizpun, dirigido a alumnos de tercero de EGB, que muestra con gran claridad el proceso a seguir en el aula a la hora de introducir el producto cartesiano de dos conjuntos. Como siempre, le recomendamos que grabe la emisión para que, con posterioridad,

pueda reflexionar sobre el tema y enriquecerlo con sus observaciones. Dentro de pocos días serán las fiestas del pueblo. Ya se nota. En todas partes se trabaja porque en las fiestas estrenan muchas cosas. Banda de música, equipo de fútbol, iluminación de la escuela... Y habrá un desfile de carrozas y un banquete a los invitados y un concurso para niños y no sé cuántas cosas más. Yo me voy a ver los preparativos. ¿Me seguís con el pensamiento? Para comenzar la actividad se ha buscado una situación...

que pueda resultar motivadora para los niños a los que va dirigida, tratando de situarnos dentro de un ambiente próximo a los intereses de su edad. El hecho de que aquí se hable de un pueblo en fiestas es meramente anecdótico. Puede ir bien para un grupo de niños que esté viviendo en su entorno esta realidad, pero puede resultar irreal para otro grupo de niños. Se trata en todo caso de partir de una ambientación que tenga en cuenta las características culturales, sociales y hasta económicas que rodean al grupo de alumnos a los que nos dirigimos. Deberá, pues, acomodar a su caso los ejemplos que aquí se toman y cambiarlos en función de los intereses de sus alumnos. En ningún momento habrá de repetir con toda exactitud las situaciones físicas concretas, que aquí se exponen.

Mi primera visita es a la escuela. También se nota, ¿verdad? Los niños trabajan con ganas. Están dibujando. Oíd a la maestra lo que hacen. Estos niños irán en el desfile de carrozas. Llevarán todos uniforme y están dibujando los que pueden llevar. ¿Y en qué consiste el uniforme? El uniforme es una chaqueta con un escudo. La chaqueta puede ser blanca o azul. Y el escudo puede ser redondo o cuadrado. Veo que has terminado, Jacinto. ¿Quieres enseñar a esta señora tu trabajo? Sí, señorita, claro que sí. En esta hoja tengo arriba el conjunto de chaquetas. Una blanca y otra azul. Debajo tengo el conjunto de escudos. Uno redondo y otro cuadrado.

En esta otra hoja tengo el conjunto de uniformes ¿Y cómo lo has hecho? Primero dibujo una chaqueta Y luego le pongo un escudo Así voy haciendo todos los que se pueden Un uniforme de estos es un par de cosas Yo también he terminado, señorita Debajo del conjunto de uniformes he puesto el nombre que usted nos ha dicho Conjunto producto de los otros dos Y yo también lo tengo Debajo de las chaquetas he puesto conjunto de chaquetas Debajo de los escudos he puesto conjunto de escudos Y debajo de los uniformes he puesto conjunto producto de chaquetas por escudos Como ve, se parte de una situación sensorial En este caso dibujable De todas las formas que se puede dibujar Determinando en extensión Cuáles son los

conjuntos con los que se pueden dibujar

los que se va a construir el conjunto producto, conjunto de chaquetas y conjunto de escudos. Jacinto nos explica después la ley de formación del conjunto producto, que es el conjunto de uniformes. Cada uniforme es un par formado por una chaqueta y un escudo, y hay que formar tantos pares como se pueda. Los otros niños han dado nombre al conjunto de uniformes, conjunto producto de chaquetas por escudos. Recuerde que, según lo visto en la unidad didáctica número uno, dados dos conjuntos cualesquiera, se puede formar un conjunto de chaquetas por escudos. En la unidad A y B siempre podemos construir el conjunto producto cartesiano.

de A y B, que escribiremos A por B. A por B está formado por todos los pares ordenados que se pueden hacer con un elemento de A y un elemento de B. Cada par ordenado está formado, pues, por un elemento de A y un elemento de B en este orden. Bien, recuerde también que el conjunto A por B es distinto del conjunto B por A. El guión reitera y amplía el proceso seguido hasta ahora con nuevos ejemplos, el uniforme de las niñas y los equipos de fútbol. Utilice en su clase tantos ejemplos como necesite para asegurarse de que la formación del conjunto producto. Y la idea de par ordenado han sido...

comprendidas. Sírvase de la manipulación de objetos si es que lo estima necesario, antes de pasar a los dibujos. Haga construir a sus alumnos banderas con distintos colores y anagramas, marcadores del torneo de fútbol o baloncesto de una jornada, partidos que se tienen que jugar en la segunda división a lo largo de la temporada, etc. Muchas situaciones de la vida real de sus alumnos le servirán. Aprovechelas. En lo que sigue, observaremos que se ha dado un paso más en la progresión que nos llevará hasta el final. Comienza la fase de simbolización, se prescinde de los dibujos. Los colores son primero simbolizados por los dibujos, y luego por los dibujos. Luego por sus nombres, y más tarde...

tan sólo por la inicial correspondiente. Cada dibujo será sustituido en adelante por un par ordenado de letras. Al llegar aquí, muchos niños titubearán al escribir los pares porque aún no han construido la idea de par ordenado y algunos tendrán dificultades para entender la simbolización y preferirán seguir usando los dibujos. Debemos darle tiempo, pero sobre todo debemos hacerles sentir la necesidad de usar símbolos sin olvidar nunca que el simbolismo a utilizar debe ser discutido y acordado por la clase y no impuesto arbitrariamente desde fuera. Si es preciso, discutiremos caso por caso la corrección de cada par ordenado escrito y pediremos a los niños que nos enseñen a usar los símbolos. Y que nos expliquen lo que significa

cada par. También las niñas irán en el desfile de carrozas y también estrenan uniforme. Mi hermana me ha dicho que hoy los tenían que dibujar en la escuela. ¿Y en qué consiste el uniforme de las niñas? Ellas llevarán blusa y boina, la blusa blanca o roja y la boina marrón o azul. No puedo ir a la escuela de las niñas. Ahora vosotros que estáis oyendo todo esto, dibujad también un poco. Dibujad el conjunto de blusas, rodeadlo con una línea y poned debajo conjunto de blusas. Después dibujad el conjunto de boinas, rodeadlo con una línea y poned debajo conjunto de boinas. Y luego dibujad el conjunto de uniformes que se pueden hacer. Rodeadlo con una línea y poned debajo conjunto de boinas.

Conjunto producto. Y yo pasaré a otro curso de la escuela. Allí os espero enseguida. Bien, ya habéis terminado. Os ha costado un buen rato, ¿eh? No ha

sido muy fácil para todos. Seguramente por ser la primera vez que dibujáis un conjunto producto. También en este curso están dibujando. Unos dibujan un conjunto producto y otros dibujan otro conjunto producto. En esta clase es todo de fútbol, señorita. En las fiestas nuestra escuela jugará un partido contra los de la escuela de la plaza y estrenaremos equipo. Mire el conjunto de camisetas, las que están dibujadas dentro de esa línea. Una camiseta roja y una camiseta amarilla. Y el conjunto dibujado dentro de esta otra línea es el conjunto de pantalones. Hay un pantalón azul y un pantalón blanco. Yo he dibujado también el conjunto producto. ¿Lo ve?

Es el conjunto de equipos para jugar. Camiseta roja y pantalón azul. Camiseta roja y pantalón blanco. Camiseta amarilla y pantalón azul. Camiseta amarilla y pantalón blanco. Yo no tenía colores para el conjunto producto y no lo he dibujado, pero lo he escrito. Mire, he puesto primero rojo-azul, luego rojo-blanco, luego amarillo-azul y luego amarillo-blanco. Y debajo, conjunto de camisetas por conjunto de pantalones. ¿Y cómo sabes cuál es el color de la camiseta y cuál el del pantalón? ¿Por qué? Porque para eso he escrito conjunto de camisetas por conjunto de pantalones. Para eso está escribir primero conjunto de camisetas y luego por conjunto de pantalones. Para poner primero el color de la camiseta y luego por conjunto de pantalones.

Luego, el del pantalón. No al revés. A mí me ha resultado más entretenido dibujar la camiseta y el pantalón. Y a vosotros que seguís escuchando todo esto, ¿qué os parece? Podéis hacer las dos cosas. Primero escribid sólo los nombres. Y luego dibujad. Lo haréis con el conjunto producto que os voy a decir yo. Oíd bien la historia. Es un señor que tiene dos sombreros. Uno de color gris y el otro de color marrón. Y además tiene tres abrigos. Uno gris, otro marrón y otro azul. Quiere salir a la calle con abrigo y sombrero. Dibujad a este señor y vestidlo de todas las formas que se pueda. ¡Gracias!

La historia que ahora escucharemos puede parecer trivial, pero no lo es. Va a ser fundamental para comprobar hasta qué punto han comprendido los alumnos todo lo anterior. Se hablará además, por primera vez, del cardinal del conjunto producto. Escuchemos con atención. La historia de los alumnos

Con sombrero marrón y abrigo azul Pues os voy a contar el resto de la historia como os había prometido Resulta que este señor no discurre mucho para vestirse Lo echa a suerte Si sale cara, elige el producto conjunto de sombreros por conjunto de abrigos Y si sale cruz, elige el producto conjunto de abrigos por conjunto de sombreros Además tiene aparte ocho papeles y en cada papel escritos los nombres de dos colores Ni siquiera ha escrito los nombres enteros Solamente pone las iniciales G quiere decir gris M quiere decir marrón A quiere decir azul Tomad vosotros ocho papeles y escribid las parejas del producto

conjunto de abrigos por conjunto de sombreros, y las del producto conjunto de sombreros por conjunto de abrigos, solo con las iniciales. Y para que no se os olvide, en un cartón escribid por un lado lo que significa cara y por otro lo que significa cruz. Daos prisa que os espero. ¡Hasta la próxima! Recuerde que...

El cardinal del conjunto A por B es el cardinal del conjunto A por el cardinal del conjunto B. ¿Por qué nuestro protagonista tiene ocho papeles y no seis o doce? ¿Por qué? ¿Será que le sobran papeles o por el contrario que le faltan? Ni lo uno ni lo otro. Ha escrito seis papeles correspondientes al conjunto producto sombreros por abrigos y otros seis correspondientes al conjunto producto abrigos

por sombreros. Una vez escritos, ha visto que tiene cuatro papeles repetidos. El gris, gris. El marrón.

marrón, el gris marrón y el marrón gris y los ha quitado. Por eso tiene ocho papeles. El cardinal de la unión de A y B es el cardinal de A más el cardinal de B menos el cardinal de la intersección de A y B. Pues vamos a jugar un poco a ese señor. Yo tiro mi cartón y ha salido, vamos a ver, cara. Ahora elijo uno de los papeles y veo que dice MG. Enseñad cómo se hace. Y cómo va vestido el señor.

No estoy muy segura de que todos lo hayáis hecho bien. Vamos a ver otra vez. Tiro mi cartón y sale... cara otra vez. Ahora elijo uno de los ocho papeles sin mirarlo y veo que dice GPM. Enseñad cómo va vestido el señor. Bien. Enseguida jugaréis vosotros solos y seguro que inventáis muchas maneras de hacerlo. Pero mirad esta. Tengo en la mano un dibujo que tiene sombrero marrón y abrigo gris. ¿Cuántos papeles hay que le vayan bien? Fijaos bien cada uno en el papel que ha elegido. ¿Cómo tiene que sacar el cartón para que no le digan que lo ha hecho al revés? Ahora el que está sentado el primero que tome su cartón en la mano y se levante. Tíralo, sí, tíralo a cara o cruz. A ver qué sale. Dilo en voz alta, que te oigan todos.

El que está sentado, segundo. Que tome uno de sus ocho papeles y lo lea en voz alta. ¿Qué dice? El último. El que está sentado, el último. ¿Hay algún dibujo que vaya bien? Enséñalo a todos a ver si están conformes. Fijaos bien si se ha equivocado o no. La historia que acabamos de escuchar nos permite distinguir el par AB del par BA sin error posible en cuanto a su significación. Recordemos, al tirar el cartón ha salido cara y el papel elegido dice MG. Como ha salido cara debemos interpretar que MG pertenece al conjunto producto sombreros por abrigos.

Por tanto, el señor irá vestido con sombrero marrón y abrigo gris. La segunda vez también ha salido cara y el papel ahora dice GM. Lo mismo que antes, GM pertenece al conjunto producto sombreros por abrigos. El señor saldrá a la calle vestido con sombrero gris y abrigo marrón. Los papeles MG y GM son distintos. El orden de escritura de las letras hace variar la indumentaria del personaje. En el dibujo aparece el señor vestido con sombrero marrón y abrigo gris. No sabemos si al tirar el cartón ha obtenido cara o cruz. Por eso debemos buscar todos los papeles que tienen el papel. Que vayan bien.

el que dice MG por si le ha salido cara y el GM por si le ha salido cruz. Únicamente estos dos papeles van bien. Si sabemos que ha salido cara, sólo irá bien el MG, mientras que si ha salido cruz sólo servirá el GM. Escuchemos ahora el resto de la historia. Yo os voy a dejar por hoy amigos, pero os diré otras maneras de jugar a esto y os agradecería que me hubierais ayudado. Os advierto que en algunas hay que discurrir de lo lindo. Haced primero esto, mirad bien y despacio.

salga en el cartón y en los papeles, hay siempre un dibujo. Mira después si cada dibujo corresponde a un papel solo o a más de uno. Estudia después cuántos papeles van bien si en el cartón sale cara y luego cuántos papeles van bien si en el cartón sale cruz. Y ahora un problema que tiene este señor. Como está empeñado en no tirar cada día más que una vez y no repetir la suerte, ¿está seguro de que siempre podrá salir de casa? Las actividades finales que propone el guión vienen a culminar todo el proceso que se ha seguido. Todos los resultados se han ido obteniendo a través de la observación e investigación de los alumnos. El proceso de aprendizaje ha sido hábilmente guiado por el profesor

que se ha

se ha limitado a dirigir y orientar a los alumnos con sus preguntas. Obsérvese que ningún resultado se ha dado hecho. Solo después de obtenido por los alumnos, ha sido ordenado y formulado con más precisión por el profesor. Se ha seguido, por tanto, el método de aprendizaje por descubrimiento y el principio de la enseñanza activa. Obsérvese también que estas preguntas finales tienen ya un grado de abstracción. A un dibujo, señor vestido con un sombrero y un abrigo determinados, se le pueden hacer corresponder varios papeles pertenecientes a conjuntos productos diferentes según haya salido cara o cruz. La última cuestión, en apariencia trivial, no lo es. Nuestro hombre se puede encontrar con la desagradabilidad

Es una agradable sorpresa de que a veces no podrá salir de casa si solo tira una vez el cartón y no repite la suerte. Si sale cara y el papel elegido al azar resulta ser el A-G o el A-M, se quedará en casa porque no tiene sombrero azul. Lo mismo ocurrirá si sale cruz y el papel dice G-A o M-A, ya que como antes no tiene sombrero azul. Si hace usted sus cálculos llegará a la conclusión de que este señor tiene un octavo de probabilidad de quedarse en casa, o lo que es lo mismo. De cada ocho días es probable que un día no pueda salir a la calle. Habría muchos más comentarios que hacer. Vamos tan solo a indicarlos para que sea usted quien reflexione sobre ellos.

y saque las conclusiones. Terminaremos con estas preguntas. Primera. En los tres primeros ejemplos que se han tomado, no había posibilidad de confusión con los colores. Los factores del conjunto producto eran conjuntos disjuntos. En el ejemplo cuarto, aparecen ya colores iguales de abrigos y de sombreros. ¿Podrían, pues, llevarnos a confusión a la hora de interpretar el significado de aquellos pares ordenados de colores repetidos? ¿Cómo se ha resuelto este problema en el guión? ¿Cómo se ha resuelto este problema en el guión?

Segunda, hemos planteado la representación gráfica del conjunto producto a través de diagramas de Venn. ¿Sería acertado plantear también la formación del conjunto producto a través de una tabla de doble entrada o de un par de ejes? Tercera, solo hemos hablado del cardinal del conjunto producto en el ejemplo de los sombreros y abrigos. ¿Deberíamos extenderlo al resto de los ejemplos y estudiar las relaciones entre el cardinal del conjunto producto y el cardinal de los conjuntos factores? Cuarta, ¿con qué papeles lees indiferente? ¿Con qué papeles lees indiferente?

Gracias. Gracias.

Gracias. Gracias.