

AC 15 67

Hola, buenas noches, un saludo de Isabel Báez en el nombre del equipo que hace posible este programa, que la UNED propone para el curso de acceso directo a la universidad para mayores de 25 años, el CAT. De lunes a viernes y hasta las 11 de la noche, el curso de acceso espera compartir este tiempo de radio dedicado a todos aquellos que tengan que superar el acceso a nuestra universidad, así como para todos los interesados en la cultura y la extensión universitaria. Esta noche, en nuestro programa Matemáticas Especiales, nos acompañan los profesores José Leandro de María y Arturo Fernández Arias, con ellos comentaremos los temas que van del 18 al 23.

Vamos a ver los temas que van del 18 al 23, que nos hablan de sucesiones, límites de sucesiones, funciones y polinomios. Al comenzar a leer los capítulos 18 y siguientes, parece como que hay un cambio de materia de lo que hemos visto hasta ahora, ¿es así, Pepe? Sí, efectivamente. Ahora se comienza con un nuevo área de conocimiento dentro de las matemáticas, que es el análisis.

La metodología de esta área es distinta sustancialmente de los capítulos anteriores. Básicamente, y para hacerlo de una forma muy simple, trata del concepto de función y del concepto de límite. Esto no es una cuestión tan determinada como lo que el alumno ha estudiado en el libro hasta ahora.

No tiene tantos algoritmos, aunque obviamente los tiene, pero son menos deterministas. Por ejemplo, cuando estudió cómo se invierte una matriz, o qué es un vector, es más claro que cuando va a estudiar una serie de funciones, por muy sencillas que sean, las polinómicas de las que luego hablaremos. ¿Se podría decir, por tanto, que se complica un poco, que es más difícil, aunque sea simplificar mucho, pero que es más difícil esta parte de la materia? Bueno, puede ser en algún momento un poco más difícil entenderla, pero luego tiene grandes ventajas.

Las aplicaciones son altas, y desde luego, incluso si van a estudiar cualquier carrera que tenga que ver con la técnica, lo van a necesitar de una forma absoluta. Tiene una ventaja. En el capítulo 18 empezamos viendo el concepto de sucesión.

¿Podrías explicarnos básicamente qué es, Arturo? Bueno, pues una sucesión es un concepto muy natural. Podríamos dar una definición muy precisa o rigurosa, como decimos los matemáticos, pero yo creo que es mejor simplemente describirlo en términos sencillos. Una sucesión, para entendernos, es una disposición infinita de números, pero con dos peculiaridades.

Primero que se pueden repetir estos números y que es muy importante el orden. La sucesión más natural o más sencilla es la de los números naturales, 1, 2, 3, y entonces en este caso decimos que el término general es el término n , porque en el lugar n aparece el número n . Otra sucesión muy natural también es la de los inversos de los números naturales, la 1, un medio,

un tercio. En este caso decimos que el término general es $1/n$. Podríamos poner muchos ejemplos sencillos, por ejemplo, la de los cuadrados de los números naturales, 1, 4, 9. En este caso diremos que es el término general el n cuadrado.

Podríamos poner otros ejemplos, y a veces el término general no es sencillo, en cuyo caso sería más difícil enumerar de forma precisa quiénes son los términos, pero en fin, la idea es esta, es una disposición de números infinita donde es muy importante el orden y donde tenemos que hacer la observación de que se pueden repetir los números. Con las sucesiones se pueden hacer operaciones algebraicas igual que con los números? Las sucesiones son más parecidas a lo que el alumno ha visto de los vectores, es decir, se pueden sumar, restar y multiplicar por escalares, por lo que su estructura es lo que se ha visto como un espacio vectorial. Se parece un poco a los vectores del plano, lo que pasa es que en lugar de tener un número finito de componentes, 2 en el caso del plano, 3 en el caso del espacio, pues serían infinitas.

También definimos en el libro el producto y la división de dos sucesiones, pero las propiedades no son tan buenas como tienen los números. Existen tipos importantes de sucesión? Sí, existen tipos importantes de sucesión, es decir, las sucesiones se pueden clasificar de muchas formas, pero algunas son muy naturales y por eso decimos que son más importantes. Por ejemplo, destacaríamos las sucesiones positivas o sucesiones negativas, son las sucesiones cuyos términos son todos positivos, o las negativas, cuyos términos son todos negativos, o las alternadas, en que un término es positivo y el siguiente es negativo, y más adelante hay clases de sucesiones fundamentales, pero quizás sería mejor esperar a ver el concepto de límite, pero anticipo, por ejemplo, la clase de sucesiones convergentes, la clase de sucesiones no convergentes, etc.

Podríamos poner aquí algún ejemplo, o sería difícil por la radio poner algún ejemplo de sucesión. Bueno, hemos puesto de sucesión, hemos puesto ya varios y cuando hablé de la definición de sucesión, hablé de la sucesión de números naturales, hablé de la sucesión de los cuadrados de números naturales, de los inversos, pero hay sucesiones históricamente muy famosas y que juegan un papel muy central en el análisis. Una es, por ejemplo, la $1/n$ más $1/n^2$, que es una sucesión que tiene un límite, el concepto del que vamos a hablar un poquito más adelante, que es el número e , y existe la sucesión de los números de Fibonacci, pero en fin, quizás en este momento sería mejor poner ejemplos más sencillos.

Este concepto de límite de una sucesión es muy importante, ¿verdad? Sí. La utilidad de una sucesión realmente es saber si ésta tiene límite o no lo tiene. De forma intuitiva, el límite de una sucesión es a lo que tiende el término general cuando el número de términos que hemos realizado es muy alto.

¿Por qué tiene utilidad? Bueno, pues en las aplicaciones muchas veces se pueden medir parcialmente un cierto fenómeno físico o una cierta variable económica, en fin, y entonces mediante distintas técnicas de medición cada vez más finas se van obteniendo números. Es muy interesante saber cuál es el valor límite de esos números, porque de alguna manera daría

la ley que rige ese fenómeno. El concepto de límite de una sucesión es un concepto importante que ha sido introducido por, o perseguido, mejor dicho, por muchísimos autores y se formalizó pues a finales del siglo XVIII de una forma ya más rigurosa.

Cauchy es uno de los matemáticos importantes que se ocupó de él. Luego hablaremos también, cuando entremos en el capítulo de funciones, de otros términos que el mismo Cauchy formalizó. Pero realmente la utilidad de una sucesión es que si tiene límite o no lo tiene, porque puede haber fenómenos también naturales que sean divergentes, y ser divergente significa que la sucesión no tiene límite.

Es importante conocer si un proceso tiene o no tiene límite en las mediciones.