

... Ahora pueden oír los números complejos de la serie Matemáticas Básicas. Ya conocemos diversos tipos de números naturales, enteros, racionales y reales. Pero todavía nos vemos obligados a ampliar el conjunto de los números reales como consecuencia, en principio, de poder realizar la resolución de ecuaciones de cualquier grado. Esta ampliación nos lleva a considerar los números complejos. En el cuerpo de los números reales, todos los números positivos tienen raíz cuadrada. Pero no ocurre lo mismo con los negativos. Es decir, que no existe un número real tal que sea su cuadrado igual a un número negativo. Esto es una razón para ampliar el campo de los números reales. Buscando otro que lo calcule.

contenga. Veamos entonces cómo se pueden definir los números complejos. Dado el conjunto de los números reales, a cada uno de los elementos del conjunto de los números reales por sí mismo le llamaremos un número complejo. Por tanto, este es un par ordenado de números reales. A la primera componente del par le llamaremos parte real y a la segunda parte imaginaria. Entonces los números complejos los expresamos como pares ordenados de elementos, siendo estos elementos números reales. Así es. Observe que es una situación semejante a la presentada en los números enteros frente a los números naturales o al estudiar los números racionales partiendo de los números enteros. En este caso veo que no definimos ninguna relación de equivalencia. ¿No es necesaria? No lo es, pero esto no implica que no puedan existir dos números complejos iguales. De una manera, no se puede definir una relación de equivalencia. De una manera sencilla podemos decir

que dos complejos son iguales siempre y cuando tengan iguales sus partes reales y también sus partes imaginarias. Es por tanto una relación de igualdad. Es en efecto una relación de igualdad que en definitiva es una relación binaria. Antes de seguir conviene insistir en que a partir del conjunto de los números reales hemos definido perfectamente otro conjunto, el conjunto de los números complejos. Y por tanto podemos actuar con él como en otras ocasiones. ¿Qué quiere decir esto? Sencillamente que cuando tenemos un conjunto perfectamente definido nos interesa averiguar qué estructura tiene. Para ello solamente podemos seguir un camino. Definir una o varias leyes de composición interna y estudiar las propiedades que verifican. De acuerdo con estas propiedades tendremos respecto a esa ley de composición interna una estructura algebraica determinada. ¿Se puede definir entonces la suma de números complejos? La suma de números complejos es la suma de números complejos. La suma de números complejos es la suma de números complejos.

complejos es una ley de composición interna, de tal manera que dados dos números complejos nos permite obtener otro número complejo de una manera muy simple, sumando las partes reales y las partes imaginarias de ambos. Un ejemplo nos ayudará a entenderlo. Sea el primer complejo el número 2 con 13 y 3, o sea, el número real 2 con 13 es la parte real y el número real 3 es la parte imaginaria. El segundo número complejo puede ser menos 1 y 4. Esto es, la parte real es el número real menos 1 y la parte imaginaria 4. Según el criterio que hemos dado antes, ¿cuánto vale la suma de estos dos números complejos? Tenemos que sumar la parte real de ambos números complejos y obtendremos la parte real.

del número complejo suma. Análogamente, sumando la parte imaginaria de los dos números complejos dados, conseguimos la parte imaginaria del número complejo suma. De esta manera, 2 con 13 menos 1 es igual a 1 con 13 y 3 más 4 es igual a 7. Por tanto, el número complejo suma tiene por parte real el número 1 con 13 y

por parte imaginaria, 7. Es, en definitiva, el número complejo 1 con 13, 7. Ya sabemos sumar números complejos. Entonces, como decíamos antes, nos interesa estudiar algunas de las propiedades de esta ley de composición interna. Yo creo que la suma de números complejos es conmutativa, puesto que la suma de números complejos queda reducida a sumar números reales y la suma de números reales es conmutativa. Así es. La suma de números complejos es conmutativa. ¿Qué otra propiedad puedenie 0т 후♦ masters 저있kp 결

Me parece que también verifica la propiedad asociativa. Esto supone que al sumar los números complejos podemos hacer cualquier tipo de asociación en la seguridad de que el resultado será siempre el mismo. De acuerdo. Pero todavía existen más propiedades. Me imagino la existencia de elemento neutro, pero no puedo averiguar cuál es su representación. Eso es muy fácil. ¿Cuál es la característica principal del elemento neutro de una ley de composición interna? Tiene que ser otro número complejo que, sumado a cualquier número complejo, reproduzca a éste. Entonces solamente puede ser un número muy fácil de determinar. Puede ser el número complejo $0,0$. O sea, el número complejo en el que tanto la parte real como la imaginaria es cero. Parece inmediato que después de considerar el elemento neutro, tratemos de averiguar si para la ley de composición interna que hemos llamado suma, posee elemento simétrico.

Dado un número complejo, tenemos que buscar otro número complejo que, sumado al primero, nos dé el elemento neutro que acabamos de averiguar. Además, cada número complejo, si cumple esta propiedad, ha de tener un único elemento simétrico. Sí. Yo creo que podemos hacerlo con un ejemplo. Sea el número complejo 3 menos 7. El elemento simétrico solamente puede ser menos 3, 7. Puesto que al sumar estos dos números complejos, obtenemos el elemento neutro para la suma. Obtenemos el número complejo $0, 0$. Respecto a la suma, el elemento simétrico de un número complejo dado se llama número complejo opuesto. Y este es el único como puede desprenderse del ejemplo dado. Yo creía que se llamaba número complejo conjugado. Dado un número complejo, su opuesto se obtiene cambiando el signo, tanto a la parte real, como a la parte imaginaria del mismo.

Así, el número complejo opuesto del número 7 menos 5 es otro número complejo, el menos 7, 5. En cambio, dado un número complejo, su conjugado se obtiene cambiando el signo solamente a la parte imaginaria. Teniendo en cuenta esto, el número complejo conjugado del menos 4, 13, su conjugado es menos 4 menos 13. Ya lo entiendo. Era una confusión mía. Recopilemos todo lo dicho. Tenemos un conjunto, el conjunto de los números complejos. En este conjunto hemos definido una ley de composición interna, llamada suma, que goza de las siguientes propiedades. Conmutativa, asociativa, elemento neutro y elemento simétrico. A la vista de esto, nos preocupa averiguar qué estructura algebraica tiene el conjunto de los números complejos respecto a esta ley de composición interna. Pienso que podemos afirmar que tiene estructura de grupo.

Decir que tiene estructura de grupo es no considerar que la suma también goza de la propiedad conmutativa. Entonces, tiene estructura de grupo conmutativo o abeliano. De acuerdo. Conviene insistir en que esta estructura que acabamos de averiguar tiene solamente significado para la ley de composición interna llamada suma. Es evidente que sobre este conjunto se pueden definir diferentes leyes de composición interna que comunicarán estructuras algebraicas diferentes o del mismo tipo. Para terminar, vamos a preocuparnos de algunos tipos especiales de números complejos. O sea, lo que vamos a hacer es designar algún subconjunto del conjunto de los números complejos. Vamos a preocuparnos de todos los números

complejos que tienen la parte real nula. A estos números se les llama imaginarios puros. Es evidente que los números complejos son los que más se les llama imaginarios puros. Los números complejos imaginarios puros representan un subconjunto del conjunto de partida.

pregunta. ¿La suma que hemos definido hace un momento supone una ley de composición interna en este subconjunto? Se puede averiguar fácilmente pensando que la suma de los números imaginarios puros supone otro número imaginario puro. Luego es una verdadera ley de composición interna. Luego la suma es una ley de composición interna en este subconjunto. ¿Qué propiedades verifica? A mi parecer todas. Esto es, conmutativa, asociativa, el elemento neutro sigue siendo el mismo, o sea, el número complejo $0, 0$. Y por último, el elemento simétrico definido en el conjunto de los números complejos vale para este subconjunto. Por ejemplo, el simétrico del número imaginario puro $0, 3$ es también imaginario puro. Es $0, \text{menos } 3$. ¿Podría ser así? Podríamos enunciar todo esto de una manera

más sencilla, diciendo el nombre de la estructura algebraica. Podemos decir que el conjunto de los números complejos imaginarios puros tiene estructura de grupo abeliano o conmutativo. Teniendo presente que los números imaginarios puros son un subconjunto del conjunto de los números complejos que verifican las mismas propiedades, se puede decir que el subconjunto de los números imaginarios puros es un subgrupo abeliano o conmutativo del conjunto de los números complejos. Han escuchado ustedes Matemáticas Básicas. ¡Suscríbete al canal!

Acabamos de ofrecerles una emisión de la Universidad Nacional de Educación a Distancia del Ministerio de Educación y Ciencia para los alumnos del curso de acceso directo a la universidad para mayores de 25 años. Nos despedimos de todos nuestros oyentes hasta mañana a las 7 y cuarto. Muy buenos días. Gracias.

Gracias.