

... Matemáticas básicas, relaciones de orden. Fecha de misión, 3 de diciembre del 80. En la emisión de hoy vamos a seguir hablando de las relaciones binarias, introduciendo el concepto de relación binaria de orden. Al igual que vimos en emisiones anteriores, al estudiar las relaciones de equivalencia, la relación de orden es un tipo particular de relación binaria entre los elementos de orden y el tipo de relación binaria. ...

de un conjunto. Entonces, una relación binaria tiene que ser de orden o de equivalencia, ¿no es así? Hay que dejar bien claro que una relación binaria en general puede no ser ni de orden ni de equivalencia, es decir, que podemos definir perfectamente en un conjunto una relación binaria que no sea de ninguno de los dos tipos que hemos mencionado. Entiendo entonces que una relación binaria puede ser de orden, de equivalencia o simplemente relación binaria. Así es, pero vamos ya a introducir el concepto de relación de orden. Como el mismo nombre indica, una relación de orden nos definirá entre los elementos del conjunto en el que está definida cierta ordenación. De igual forma que la relación de equivalencia producía en el conjunto una clasificación de sus elementos mediante el conjunto cociente, la relación de orden produce una cierta ordenación entre los elementos del conjunto en el que está definida cierta ordenación. Y así se definirá dicha relación. Esta es la primera idea intuitiva que me interesa que vean claramente.

O sea, que el efecto inmediato que una relación binaria de orden produce en el conjunto en que se ha definido es una ordenación de sus elementos. No entiendo muy bien, ¿qué es lo que usted llama ordenación de los elementos de un conjunto? En efecto, es necesario explicar lo que se entiende por ordenación en el conjunto. De una manera simple, podemos decir que si en un conjunto tenemos definida una relación de orden, tenemos un criterio lo suficientemente claro para que, dados dos elementos del conjunto, podamos decir que uno es anterior al otro según la relación definida. A esto es a lo que nos referimos cuando hablamos de ordenación en el conjunto. Parece entonces que el orden establecido depende del criterio definido por la relación. Quiero decir con esto que otra relación de orden distinta sobre el mismo conjunto introduciría otro criterio distinto, o sea, otro orden. ¿Qué es el orden distinto entre los elementos del conjunto? Efectivamente. Recuerden ustedes que el orden establecido es el criterio de la relación entre los elementos del conjunto. Y el criterio de la relación entre los elementos del conjunto es el criterio de la relación entre los elementos del conjunto.

que cuando estudiábamos las relaciones binarias de equivalencia veíamos que la clasificación de los elementos de un conjunto por medio de una de estas relaciones sólo dependía del criterio establecido por dicha relación. En un mismo conjunto podíamos definir varias relaciones de equivalencia distintas que producían clasificaciones distintas entre sus elementos. En el caso de la relación de orden sucede exactamente lo mismo, o sea, en un conjunto podemos establecer ordenaciones distintas entre sus elementos mediante la definición de distintas relaciones de orden. Quizás fuera conveniente poner un ejemplo para aclarar este concepto de orden. Muy bien, consideremos el conjunto formado por todos los alumnos de una clase determinada. Vamos a definir en este conjunto la siguiente relación.

relación binaria. Dados dos elementos cualesquiera de este conjunto, es decir, dos alumnos A y B, diremos que A está relacionado con B si y sólo si la edad del alumno A es menor o igual que la del alumno B. Suponemos además que todos los alumnos tienen edades distintas. En efecto, se intuye que es una relación de orden, ya que por ejemplo, si A tiene 20 años y B tiene 19, podemos decir que B está relacionado con A pues tiene menor edad que el alumno A, es decir, que el elemento B es anterior al A según este criterio. Parece entonces claro que tenemos una ordenación de los alumnos de la clase según las edades que tienen. Mediante esta relación binaria hemos conseguido ordenar los alumnos de la clase según sus edades. ¿Qué es la ordenación de los alumnos de la clase según sus edades?

Vamos a definir ahora, en el mismo conjunto de los alumnos de una clase, la siguiente relación binaria. Dados dos alumnos cualesquiera de la clase considerada A y B, diremos que el alumno A está relacionado con el alumno B, o que el alumno A es anterior al alumno B, si el peso de A es menor o igual que el peso de B. Suponemos también que todos los alumnos tienen pesos distintos. ¿Nos produciría esta relación binaria una ordenación de los elementos? Yo creo que sí. Si el alumno A tiene un peso menor que el alumno B, según esta relación diremos que el elemento A es anterior al B. O sea, que tendremos ordenados los alumnos de la clase según su peso. Mediante estos ejemplos hemos comprobado que, al definir dos elementos, las dos relaciones de orden se forman.

distintas se obtienen también dos ordenaciones diferentes de los elementos de un conjunto puesto que la ordenación está producida exclusivamente por el criterio que nos define la relación binaria de orden

vamos a ver ahora solo de forma conceptual los dos tipos de relaciones de orden existentes la relación de orden total y la relación de orden parcial en las relaciones de orden vistas hasta ahora cuando tomamos dos elementos del conjunto para ver el orden entre ellos es decir para ver cuál es anterior y cuál es posterior decíamos que eran dos elementos cualesquiera esto quiere decir que estamos suponiendo que la relación de orden afecta a todos los elementos del conjunto es que dados

dos elementos A y B, siempre podemos decir, mediante la relación, si A es anterior o posterior a B. Pero esto no siempre se cumple. Cuando una relación de orden cumple esta condición de afectar a todos los elementos del conjunto, diremos que es una relación de orden total. El orden establecido en el conjunto será total y éste estará totalmente ordenado. Entonces, la relación de orden parcial, ¿cómo se define? Una relación de orden será parcial cuando haya al menos dos elementos que no estén relacionados. En este caso diremos que el conjunto está parcialmente ordenado. ¿Las relaciones de orden cumplen tan bien que todo elemento está relacionado consigo mismo? Sí, las relaciones de orden deben cumplir la propiedad reflexiva al igual que las relaciones de orden.

de equivalencia. También cumplen otras propiedades características que aquí no explicamos y que ustedes deben estudiar en sus libros de texto. ¿Podría ponernos un ejemplo de relación de orden parcial? Por supuesto. Supongamos que tenemos el conjunto formado por los números 2, 4, 6 y 8. Y en este conjunto definimos la relación binaria de orden siguiente. Dos elementos, A y B, cualesquiera, están relacionados si y sólo si A divide a B. Esto quiere decir que dos elementos están relacionados cuando el primero es divisor del segundo. ¿Por qué esta relación binaria es una relación de orden? Se puede comprobar que es una relación de orden porque cumple las tres propiedades. Y que se comparten tres propiedades características de esta relación, que ustedes habrán estudiado o estudiarán en sus libros de texto.

Estas tres propiedades son la propiedad reflexiva, la antisimétrica y la transitiva. ¿Y por qué es una relación de orden parcial? Porque, si se dan cuenta, hay al menos dos elementos que no están relacionados. El elemento 4 y el elemento 6 no están relacionados, pues ni el 4 divide al 6, ni el 6 divide al 4. Tendríamos una ordenación parcial de este conjunto, ya que algunos elementos sí están ordenados, como son el 2 y el 4, el 4 y el 8, el 2 y el 6, y otros no lo están, como son el 4 y el 6 o el 6 y el 8. ¿Ha quedado suficientemente claro este concepto? Sí, creo que sí. Yo también lo he entendido. Por último, y para acabar la emisión de hoy, vamos a hacer un rechazo a la emisión de hoy. Repaso de los conceptos estudiados en esta y en las anteriores.

emisiones. ¿Recuerdan que era una relación binaria definida en un conjunto? Una relación binaria en un conjunto era un criterio por medio del cual podíamos saber si dos elementos cualesquiera del conjunto están o no relacionados. Bien, ¿y qué era una relación de equivalencia? Decíamos que una relación de equivalencia en un conjunto era una relación binaria que provoca una clasificación de los elementos del conjunto. También decíamos que una relación de equivalencia afecta a todos los elementos del conjunto en que está definida y que todo elemento tiene que estar relacionado consigo mismo. ¿Y qué es una clase de equivalencia?

Una clase de equivalencia es un subconjunto del conjunto en el que está definida la relación de equivalencia formado por todos los elementos que están relacionados entre sí. También decíamos que dos clases de equivalencia siempre son disjuntas entre sí. Muy bien, ¿y a qué llamábamos conjunto cociente? El conjunto cociente es el que tiene por elementos a las clases de equivalencia. Siempre que tenemos una relación de equivalencia definida en un conjunto, produce una clasificación de los elementos en clases de equivalencia. Dichas clases de equivalencia forman el conjunto cociente. De acuerdo, ¿y una relación de orden definida en un conjunto qué era? Una relación de orden es otro tipo de relación binaria que produce un conjunto cociente. Una relación de orden es una ordenación de los elementos del conjunto en el que está definida. Una relación de orden puede ser total.

La relación de orden es total cuando todos los elementos del conjunto están ordenados dos a dos, y es parcial cuando al menos existen dos elementos que no están ordenados entre sí. También decíamos que en una relación de orden todos los elementos tienen que estar relacionados consigo mismo. Muy bien. Para acabar les recomendamos que amplíen estos conceptos en sus libros de texto. En la próxima emisión explicaremos las correspondencias entre conjuntos. ¡Gracias!

¡Gracias!