

AC 15 1

Matemáticas especiales conjuntos y subconjuntos guión o emisión primera fecha de emisión 3 del 10 del 79. Vamos a comenzar las emisiones radiofónicas de matemáticas especiales introduciendo la idea de conjunto. Como irán ustedes viendo a lo largo del curso los conjuntos son uno de los pilares básicos de las matemáticas y nosotros los utilizaremos constantemente en nuestra asignatura.

A mí, no sé, a mí me parece que esto de los conjuntos es una forma de complicar las matemáticas. No veo la necesidad de tener que utilizar cosas tan extrañas. Estoy de acuerdo contigo.

Yo estudié matemáticas hace tiempo y no vi para nada los conjuntos. No estoy de acuerdo. La teoría de conjuntos es muy útil para definir con todo rigor la mayoría de los conceptos matemáticos.

Veremos más adelante cómo conceptos tan importantes como el de número se construyen por medio de los conjuntos. Reconozco que la idea que yo tengo de los números es vaga. Es cierto, sabemos utilizar los números pero no sabemos muy bien lo que son.

Bueno, bueno, la necesidad de los conjuntos la irán viendo poco a poco. Por otro lado, los conjuntos no son algo extraño. Los utilizamos constantemente en la vida diaria.

Si le parece, podemos empezar ya con lo que es un conjunto. Bien, la idea intuitiva de conjunto es la de una reunión o colección de objetos realizada arbitrariamente. A estos objetos se les llama elementos del conjunto.

Veamos un ejemplo. El conjunto formado por las estaciones del año. Esto es el conjunto formado por primavera, verano, otoño e invierno.

Vamos a ver, entonces se puede decir que la primavera es un elemento del conjunto que usted ha puesto. Naturalmente, los elementos de un conjunto son precisamente los objetos que lo forman. Me parece que la idea de conjunto que usted ha expuesto es muy amplia.

Según esta idea, yo puedo considerar como conjunto la reunión de objetos tan heterogéneos como los que tengo encima de esta mesa. Un bolígrafo, un papel, un libro, una cajetilla de tabaco y un tiesto. ¿Podemos afirmar que es un conjunto? Efectivamente, un conjunto puede estar constituido por objetos de muy diversa naturaleza.

Lo que quiero dejar claro en este momento es que un conjunto está formado por elementos y que cada conjunto se construye mediante un criterio claro e inequívoco que nos permita reconocer si un objeto es elemento o no de dicho conjunto. Está claro que la pluma estilográfica que tengo en mi bolsillo no es elemento del conjunto que usted ha construido. Sin embargo, el tiesto que está encima de su mesa sí es un elemento del conjunto de los objetos

que hay encima de su mesa.

Entonces, para definir un conjunto habría que enumerar cada uno de sus elementos. Pienso que sería demasiado largo si consideramos un conjunto con un número elevado de elementos. Podemos definir un conjunto bien enumerando cada uno de sus elementos o bien enunciando una propiedad o criterio que cumplan cada uno de sus elementos y solamente ellos.

A la primera forma de definir un conjunto la llamaremos definición por extensión y a la segunda definición por comprensión. Según lo que usted dice, entiendo que en el ejemplo del conjunto de los objetos que hay encima de mi mesa, cuando yo los enumero, bolígrafo, papel, libro, cajetilla de tabaco y tiesto, estoy definiendo este conjunto por extensión. Bueno, en realidad cuando has dicho el conjunto de los objetos que hay encima de mi mesa has definido el mismo conjunto por comprensión.

Estupendo, ya que al decir los objetos que hay encima de mi mesa ha enunciado una propiedad o criterio que verifican todos los elementos del conjunto y solamente ellos. Para terminar de aclarar este concepto vamos a considerar un ejemplo erróneo. Sea el conjunto formado por los días del mes de febrero.

Este conjunto está definido por comprensión. Pero, señorita, ¿está bien definido? Creo que sí, porque al decir el conjunto formado por los días de febrero están perfectamente determinados todos los elementos que pertenecen a él, que son los 28 días del mes de febrero. Bueno, yo encuentro un fallo en esta definición, ya que no siempre el mes de febrero tiene 28 días.

Depende de que el año sea bisiesto o no. Exacto, ya que para que estuviese bien definido habría que decir el conjunto de los días de febrero de un año no bisiesto. Así quedan perfectamente determinados los elementos que pertenecen y los que no.

Con este ejemplo he querido fundamentalmente resaltar la importancia que tiene siempre estudiar detenidamente la definición que nos dan, aunque a veces a simple vista parezca válida. Bueno, yo creo que ahora ahora sí hemos entendido perfectamente las definiciones de conjunto. Sí, creo que podríamos seguir con algún otro concepto.

Estupendo. Vamos entonces a introducir el concepto de subconjunto. Consideremos el conjunto de las estaciones del año que empiecen por letra vocal.

¿Qué conjunto será? No sé, el formado por los elementos otoño e invierno. Exactamente, muy bien. Piensen ahora en este conjunto y en el formado por todas las estaciones del año.

¿Encuentran alguna relación entre ellos? La única relación que veo entre los dos es que los elementos del conjunto de las estaciones del año que empiezan por letra vocal son elementos también del conjunto de todas las estaciones. Exacto. Esta es en definitiva la definición de subconjunto.

Diremos entonces que un conjunto es subconjunto de otro cuando todos y cada uno de los

elementos del primero pertenecen al segundo. Según esta definición, ¿qué diferencia hay entre un conjunto y un subconjunto? Todo subconjunto es un conjunto como los definidos anteriormente, pero cuando hablamos de subconjunto lo hacemos refiriéndonos a otro conjunto que contiene todos los elementos del primero. Vamos a ver si han entendido la idea de subconjunto.

Consideremos el conjunto de los números naturales menores que 6, o sea, el conjunto formado por los números 0, 1, 2, 3, 4 y 5. ¿Pueden poner algunos ejemplos de subconjuntos? Creo que sí. El conjunto de los números 0, 1 y 2 podría ser uno de esos subconjuntos. Otro ejemplo puede ser el conjunto de los números naturales menores que 4. Perfecto.

En ambos casos queda claro que todos y cada uno de los elementos de estos conjuntos que han definido forman parte del que yo he puesto como ejemplo. Por lo tanto, podemos decir que ambos son subconjuntos del mismo. Quiero hacer notar una propiedad común a todos los conjuntos.

Todo conjunto es subconjunto de sí mismo, puesto que todos los elementos de un conjunto pertenecen a dicho conjunto y esta es la condición que define a un subconjunto. Cuando un conjunto es subconjunto de otro, diremos que está incluido en él. ¿Podremos decir, por ejemplo, que el número 3 está incluido en el conjunto 0, 1, 2, 3, 4 y 5? Si consideramos el número 3 como un elemento de dicho conjunto, tendremos que decir que pertenece y no que está incluido, ya que la inclusión se utiliza únicamente entre conjuntos.

Por eso, si consideramos el número 3 como un subconjunto del conjunto 0, 1, 2, 3, 4 y 5, formado por un solo elemento, diremos que el subconjunto 3 está incluido en el conjunto anterior. En este ejemplo, hemos resaltado la diferencia que existe entre inclusión y pertenencia, así como la diferencia que hay entre un elemento de un conjunto y un subconjunto del mismo formado por un solo elemento. Bien, pienso que sería conveniente hacer un repaso de todo lo que hemos hablado hasta ahora.

Estupendo, pero creo que sería mejor que lo hicieran ustedes mismos. Por ejemplo, acérquese un poquito. ¿Qué es un conjunto? Un conjunto es una reunión de objetos.

A cada uno de los objetos le llamamos elemento del conjunto. Un conjunto lo podemos definir por comprensión o por extensión. Señorita, ¿me podría definir usted el conjunto de los números 4, 5, 6 y 7 por comprensión? Sería el conjunto de los números naturales mayores que 3 y menores que 8. Muy bien.

¿Podrían decirme algún subconjunto de este conjunto que necesite citar? El conjunto formado por el elemento 4 es un subconjunto, según lo dicho antes. Otro subconjunto sería el formado por los elementos 6 y 7. Como se darán cuenta, un conjunto puede tener varios subconjuntos distintos. Podemos hacer notar también la importancia de la definición por comprensión sobre la de extensión.

Como veremos más adelante, hay conjuntos con un número infinito de elementos que solamente se pueden definir por comprensión. En la siguiente emisión seguiremos hablando de estos conceptos.