

Matemáticas básicas, guión número 41, combinatoria. Vamos a empezar en esta emisión el repaso de la combinatoria. Es este un tema que le resulta algo complicado y hemos recibido numerosas consultas al respecto. Vamos a intentar resolver las principales dudas que han planteado.

y poniendo ejemplos. Luego estudiaremos todo en conjunto, ya que la duda que suelen plantear es la siguiente. Tengo un problema. ¿Cómo averiguar si se trata de permutaciones, variaciones o combinaciones? Empecemos, por tanto, dando la definición de variaciones. Para ello, supongamos que tenemos unos objetos matemáticos y queremos hacer grupos de n elementos siendo n menor que m . Pues bien, son variaciones todos los grupos de n objetos que podemos hacer tomando de los m , de forma que dos cualesquiera de los grupos son distintos si cumplen una de las condiciones siguientes. A. Tienen distintos elementos. B. Teniendo los mismos elementos, el orden es distinto. Entonces, fíjense que será fácil distinguir cuándo en un problema he de aplicar variaciones. ¿Cómo averiguar si se trata de permutaciones, variaciones o combinaciones? ¿Cómo hacerlo?

Por ejemplo, con las cifras 1, 2, 3, 4, 5. ¿Cuántos números distintos de tres cifras se pueden hacer? Para averiguar si son variaciones, tomo un grupo de tres cifras. Por ejemplo, 1, 2, 3. Y ahora cambiamos el orden y vemos si obtenemos o no el mismo grupo. Al cambiar el orden obtenemos 3, 2, 1, que es un número distinto. Como el orden influye, esto quiere decir que al cambiar el orden obtenemos un grupo distinto. Se trata de variaciones. Tomemos otro ejemplo. Con los licores A, B, C, D, E, ¿cuántos combinados de tres licores podemos hacer? Tomemos tres licores A, B, C y formamos un combinado. Ahora cambiamos el orden de los licores y echamos en licores C, D, A.

¿Obtendremos el mismo combinado? Indudablemente sí. Por tanto, con este problema el orden no influye. Se observa entonces que no se trata de variaciones. ¿Por qué? Por tanto, creemos que con esto es fácil distinguir cuándo se trata de variaciones. La regla es tomar un grupo de los que nos pide el problema, cambiar el orden y ver si obtenemos el mismo grupo o no. Si al cambiar el orden obtenemos un grupo distinto, el orden influye y se trata de variaciones. Si al cambiar el orden obtenemos el mismo grupo, el orden no influye y por tanto no serán variaciones. Una vez visto esto, vamos a calcular el número de variaciones. Si tenemos n elementos y queremos formar n grupos distintos, n , n , las variaciones de n elementos tomados de n en n serán n por $n-1$ por $n-2$ por $n-1$.

M menos M más 1. Han de tener cuidado con esto, ya que en la unidad hay una errata en este número y esto les crea un poco de confusión. Ahora bien, esta errata está corregida en la fe que se les mandó posteriormente. Vamos a dar la norma para aplicar la fórmula. Saben que al escribir las variaciones, éstas llevan dos subíndices. Y así se escribe variaciones de M elementos tomadas de N en N . Supongamos que M es mayor que N . Entonces el subíndice menor, en este caso N , les indica el número de factores que van a tener el producto y el otro subíndice les indica cuál es el primero y van disminuyendo de uno en uno. Veamos esto con un ejemplo. Queremos calcular el número de variaciones de 7 elementos tomados de 3 en 3. El subíndice más pequeño nos indica que hay 3 factores. El mayor, el primer factor. Y luego los que faltan.

les vamos restando una unidad. Por tanto, las variaciones de 7 elementos tomados de 3 en 3 serían 7 por 6 por 5. Hagamos ahora un problema completo. Con las letras A, B, C, D, E, F, ¿cuántas palabras distintas de 4 letras se pueden

hacer? Tomemos un grupo cualquiera de los que nos pide el problema. Por ejemplo, B, A, C, E. Cambiemos el orden y obtenemos un grupo distinto. Por tanto, se trata de variaciones. Serán, por tanto, variaciones de 7 elementos tomados de 4 en 4. Y habrá 4 factores empezando en 7. Por tanto, serán 7 por 6 por 5 por 4. Vamos ahora a obtener lo siguiente. Para ello, tengamos los números 1, 2, 3, 4. Y calculemos todas las variaciones de estos 4 elementos.

tomados de dos en dos que serán 4 por 3 igual a 12. Si los obtenemos estos 12 nos darán 12, 13, 14, 21, 23, 24, 31, 32, 34, 41, 42, 43. Observen lo siguiente, hay tres variaciones que empiezan por 1, otras tantas por 2, por 3 y por 4. Pero también hay tres variaciones que en segundo lugar tienen un 1, en segundo lugar un 2, un 3 y un 4 respectivamente. Fíjense que esto es importante y ocurre siempre que se trata de variaciones. Esto nos va a servir para resolver todos aquellos problemas de la forma de cuántos son múltiplos de 2, de 5. Veamos algunos ejemplos. Supongamos que queremos averiguar con las cifras 1, 1, 1 y 1.

2, 3, 4, 5, ¿cuántos números de tres cifras se pueden hacer? Y de estos, ¿cuántos son múltiplos de 2 y cuántos de 5? Son variaciones de cinco elementos tomadas de tres en tres, por tanto, 5 por 4 por 3 igual a 60. De estos 60, la quinta parte tendrá un 1 en primer lugar. También tendrá un 1 en segundo lugar, otro en quinto, y así con todos. Por tanto, queremos averiguar cuántos son múltiplos de 2. Para ello tendrán que acabar en 2 y en 4. Como la quinta parte terminará en 2 y otra quinta parte en 4, tendremos que 24 será múltiplo de 2. Para que sean múltiplos de 5, tendrán que terminar en 5. Como la quinta parte le ocurrirá esto, serán 12 los múltiplos de 5. Creemos que esto queda claro. Pasemos ahora a estudiarlo.

las permutaciones. Empecemos dando la definición. Se llaman permutaciones de n elementos a todos los grupos que podemos hacer con estos n elementos cambiando el orden. Por tanto, es muy fácil distinguir las permutaciones del resto, ya que en ellas intervienen siempre todos los elementos y en las variaciones y combinaciones no. Pasemos ahora a hablar de las combinaciones y empecemos como siempre dando la definición. Se llaman combinaciones de m elementos tomados de n en n , siendo m mayor que n , a todos los grupos que podemos hacer de n elementos tomados de los m , de forma que para que dos grupos sean distintos es necesario que tenga distintos elementos. Fíjense entonces que lo que caracteriza a las combinaciones es que el orden no influye. Es decir, si tenemos un grupo y cambiamos el orden,

Seguimos obteniendo el mismo grupo. Por ejemplo, tenemos una clase formada por 12 elementos y queremos hacer tríos. ¿Cuántos podremos hacer? Si formamos un trío A, B y C, será el mismo que si es el trío C, B, A. Por tanto, el orden no influye y se tratará de combinaciones. El ejemplo que habíamos puesto al principio de los combinados se trata también de combinaciones, ya que el orden no influye. Veamos ahora la fórmula que nos permite calcular las combinaciones. Lo hacemos con un ejemplo. Para ello, supongamos que tenemos formadas todas las combinaciones de cuatro elementos tomados de dos en dos. Si permitan todos estos grupos, fíjense que lo que obtienen son las variaciones, por tanto. Variaciones de cuatro elementos. Tomados de dos en dos es igual a combinaciones de cuatro elementos tomados de dos en dos por...

De aquí se despejan las combinaciones y obtenemos la fórmula. Combinaciones de cuatro elementos tomados de dos en dos es igual a variaciones de cuatro elementos tomadas de dos en dos partido por permutaciones de dos. Se suele

representar por el número combinatorio cuatro sobre dos. Hemos de hacer la siguiente salvedad. Para ello calculamos las combinaciones que se pueden formar con las letras ABCD tomadas de dos en dos. Será cuatro por tres dividido por dos, es decir, seis, y serán ABACAD, BCBDCD. Y fíjense que aquí hay tres que empiezan por A, dos que empiezan por B. Una que empieza por C y ninguna por D.

No ocurre lo mismo que en las variaciones y las permutaciones. Una vez que ya hemos estudiado variaciones, permutaciones y combinaciones, les diremos ante un problema propuesto cómo averiguar de qué se trata. Siempre nos darán un conjunto de objetos. Supongamos que sean M y nos pedirán que formemos grupos con estos objetos. Si en estos grupos que nos piden siempre entran todos los objetos, se trata de permutaciones. En el caso de que en los grupos no entren todos los objetos, sino que tengan que hacer grupos de N, siendo N menor que M, se trata de variaciones o combinaciones. ¿Cómo averiguarlo? Tómese un grupo de los que nos piden que calculemos y cambiaremos el orden de los elementos que seguren en él. Si al cambiar los elementos obtenemos distintos grupos, son variaciones. Y si obtenemos el mismo grupo... Son combinaciones.

Ejemplos. Con las letras de la palabra palo, ¿cuántas ordenaciones distintas podemos hacer? Como son cuatro letras y en todas aparecen las cuatro letras, serán permutaciones de cuatro elementos. Por tanto, 4 por 3 por 2 por 1 es igual 24. Con 20 alumnos queremos formar equipos de baloncesto. ¿Cuántos podemos hacer? Los equipos estarán formados por 5 alumnos. Como no intervienen todos, serán variaciones o combinaciones. Tomemos un equipo y cambiemos el orden de sus elementos. Obtendremos el mismo. Se trata, por tanto, de combinaciones, ya que el orden no varía, es decir, combinaciones de 20 elementos tomados de 5 en 5. ¡Gracias por ver el video!

¡Suscríbete al canal!