

... .. Matemáticas básicas, conjunto provisto, número 13 ... ..  
... .. En la emisión de hoy, vamos a preocuparnos de estudiar un  
concepto nuevo, aunque ha sido manejado de alguna manera en las emisiones  
anteriores. Tratamos de dar forma matemática a una circunstancia que se plantea  
con cierta frecuencia

en la vida real. Hay infinidad de situaciones en las que resulta conveniente  
definir un conjunto a partir de otros, en vez de enumerar por extensión todos  
sus elementos. Puede ser que estemos habituados a utilizar todos los días este  
tipo de conjuntos, pero no veo claro lo que se persigue tratando de sacar un  
solo conjunto de otros dos. Espero que después de esta charla podamos tener  
algunas ideas claras. En esta ocasión, si les parece, vamos a empezar con un  
ejemplo. Es tu turno. Estamos dispuestos a escucharlo. Decía hace unos momentos  
que con frecuencia se plantean en la vida real situaciones en las que resulta  
ventajoso definir un conjunto a partir de otros dos. De esta manera nos evitamos  
enumerar por extensión todos sus elementos. Vayamos pues a un caso muy concreto.  
Si en un cine las butacas de los espectadores se enumerasen correlativamente,  
desde la primera hasta la última, sería incómodo para el espectador que adquiere  
una buena idea de una locación.

para ver una película, saber si ésta responde a sus deseos, así como encontrar  
después su asiento en la sala. Bueno, realmente estamos acostumbrados a otros  
sistemas. Cuando adquirimos la localidad, obtenemos un lugar determinado en la  
sala, pues nos dan un número que corresponde a la fila y otro que indica el  
número que la butaca toma en ella. Esa es la circunstancia que quiero analizar.  
En general, las localidades numeradas designan el asiento que hemos de ocupar  
con dos números. El número de la fila y el número que la butaca tiene en esa  
fila. De este modo se evita la incomodidad apuntada. De acuerdo con este  
ejemplo, pero no es un caso general. ¿No ocurre lo mismo, por ejemplo, cuando  
obtenemos un billete para viajar en un vagón de ferrocarril? Por supuesto que el  
caso no es general. Precisamente, razonar sobre un caso particular, sobre un  
exceso, sobre un ejemplo concreto, está reñido con un razonamiento general. Pero  
esto que puede ser en principio un inconveniente,

tiene una ventaja fundamental, la generalización y la abstracción fundamental  
en cualquier proceso de aprendizaje. Eso sí, lo que nos interesa ahora es  
explicar matemáticamente lo ocurrido. En esencia, equivale a lo siguiente. El  
conjunto de todas las localidades de la sala, o lo que es lo mismo, el conjunto  
de todas las butacas, está dado por un conjunto de pares de números. El número  
que indica la fila es el primer número, y el segundo, el lugar que ocupa la  
butaca en ella. Bueno, en definitiva, los dos conjuntos de partida son el  
conjunto de los números que representan las filas del cine y el conjunto de las  
butacas de cada fila. Esa es exactamente la situación de partida. Considerando  
entonces estos dos conjuntos, el conjunto de todas las filas y el conjunto de  
butacas de cada fila, ¿lo entienden? Los pares formados, tomando un elemento del  
primer conjunto,

con un elemento del segundo conjunto, constituyen el conjunto de todas las  
butacas de la sala. Se ha definido este conjunto a partir de los dos conjuntos  
anteriores. Entonces, los elementos de este nuevo conjunto, del conjunto  
obtenido de los dos conjuntos que hemos llamado de partida, son elementos  
distintos a los elementos que constituían los conjuntos hasta ahora estudiados.  
Bien, efectivamente son pares de elementos. Pero antes, para dejar claras las  
ideas, si les parece, vamos a considerar otro ejemplo. Recurrimos a las antiguas

matrículas de los coches españoles. Cada matrícula de un vehículo español constaba de dos elementos. Las iniciales de la provincia en que se había hecho, y el número de matrícula que en esa provincia le correspondía. Si consideramos entonces...

el conjunto de todas las provincias por un lado y por el otro, un subconjunto de los números naturales, el conjunto formado por los pares en los que entre un elemento de cada conjunto, será el conjunto de matrículas, o si se prefiere, el conjunto de vehículos. ¿Queda claro cómo se obtiene este nuevo conjunto? A mí me parece que sí. En definitiva, es un procedimiento por medio del cual, dados dos conjuntos, podemos obtener otro conjunto, siendo los elementos que integran este nuevo conjunto pares de elementos. Esta situación se repite en muchas ocasiones. Por eso vamos a dar una definición que englobe todas las consideraciones hechas a lo largo de esta charla. Dados dos conjuntos, llamaremos conjunto producto, o producto cartesiano de ambos, a otro conjunto formado por todos los pares.

pares cuya primera componente pertenezca al primer conjunto y cuya segunda componente pertenezca al segundo conjunto. Vamos a analizar esta definición utilizando los ejemplos que acabamos de exponer. Fijémonos en primer lugar en el conjunto de localidades del cine. Es claro que el conjunto de localidades del cine en cuestión es el conjunto producto resultante de considerar el conjunto de todas las filas en primer lugar y del conjunto integrado por todas las butacas que forman cada fila. Perfectamente. Conviene fijarse que cuando adquirimos una localidad de un cine tenemos determinada perfectísimamente nuestra posición en el local por medio de una pareja de números. El número que fija la fila es el número de las filas que forman el conjunto.

y el número que designa la butaca en dicha fila. Es importante tener presente que con una localidad solamente podemos ocupar un lugar, un asiento determinado. De esta manera, si obtenemos una entrada en la que nos indican que tenemos la fila 22 y la butaca número 12, sabemos que estos dos números nos sitúan en un lugar de la sala y solamente en uno. De lo dicho, deduzco algo que a lo mejor es equivocado. Pero me gustaría comprobarlo. Vamos a ver. En el ejemplo que acabamos de estudiar, hemos establecido que una pareja de números localizaba perfectamente nuestro asiento. Pero no hemos dicho nada respecto al orden en que enunciábamos estos números, y a mí me parece importante. Quiero con esto decir que es distinta la entrada que corresponde a la fila 22 y a la butaca 12, que la representada por la fila 12 y la butaca 22. Naturalmente. A este punto quería llegar.

Matemáticamente queremos significar esta circunstancia diciendo que esta pareja de números constituye un par ordenado. Ello implica que son dos números dados en determinado orden. Además, como consecuencia, cuando tratamos del conjunto producto de otros dos conjuntos, tenemos que prefijar el orden en que se toma este producto. En el caso anterior, queda claro que se trata del conjunto de las filas por el conjunto de las butacas. Entonces, ¿es lo mismo un par ordenado que un conjunto de elementos? No, no, no hay que confundirlo. Un conjunto que está formado por dos elementos no presupone nada sobre el orden en que son citados dichos elementos. Mientras que cuando nos referimos a un par ordenado de elementos, solamente pretendemos enunciar. Dos elementos en un orden determinado y solamente en ese orden.

Si esto está claro, podemos analizar el otro ejemplo expuesto que hacía referencia a las antiguas matrículas de los coches españoles. ¿Les parece bien?

Sí, sí, muy bien, señorita. Habíamos dicho que cada antigua matrícula de un coche español constaba de dos elementos. Las iniciales de la provincia en que se había efectuado la compra del coche y el número de matrícula que en esa provincia le correspondía. En este caso, el conjunto producto es el conjunto de todas las provincias por un lado, y por el otro, el subconjunto de los números naturales. Exacto. Entonces, el conjunto producto así formado es el conjunto de los vehículos matriculados. Claro. También quiero destacar una vez más que cada matrícula es un par de elementos dados en un orden determinado. Las iniciales de la provincia y el número de matrículas. Y el número de la matrícula correspondiente. En este caso, se ve estupendamente la significación que tiene el par ordenado de...

elemento. ¿Qué significación tendría el poner en las matrículas primero los números y luego las iniciales de la matrícula? Ninguna. Sería otro tipo de matrícula que no coincidiría con las antiguas matrículas españolas. De esta manera, los elementos del conjunto producto son pares ordenados de elementos, o sea, una pareja de elementos dados en determinado orden. Podemos añadir algo más, una consecuencia de todo lo visto. El conjunto producto está conseguido a partir de otros dos conjuntos, de manera que sus elementos son pares ordenados de elementos, siendo el primer componente de este par un elemento perteneciente al primer conjunto, y el segundo componente un elemento perteneciente al segundo conjunto.

Luego, al averiguar el conjunto producto de otros dos, es necesario tener presente el orden. Esto, matemáticamente, se expresa diciendo que el conjunto producto, o producto cartesiano de dos conjuntos, no es conmutativo. Podemos considerar un nuevo ejemplo para que queden definitivamente las cosas claras. Pero, en este caso, van ustedes a poner el ejemplo y a explicarlo de manera que quede el concepto de conjunto producto limpio de toda duda. Señorita. Recordando un caso ya visto cuando estudiábamos las relaciones binarias, podemos averiguar el conjunto producto de los dos conjuntos siguientes. El primer conjunto es el formado por todas las calles y plazas de una ciudad. Como segundo conjunto, podemos considerar un subconjunto del conjunto. El conjunto de los números naturales. Profesor, en este caso, el conjunto producto...

estará formado por pares ordenados. Exactamente. De manera que su primer componente es una calle o plaza y el segundo componente es un número natural. Exacto. Por tanto, estos pares ordenados representan un conjunto producto, que es el conjunto de todas las casas de esa ciudad. Es importante resaltar que es la primera vez en este curso que hemos visto un procedimiento para, dados dos conjuntos perfectamente determinados, obtener otro conjunto llamado conjunto producto, de manera que sus elementos son pares ordenados de elementos. Esto significa, de alguna manera, tener en cuenta en los elementos del nuevo conjunto a los elementos de los conjuntos de partida en un determinado orden. Recordamos una vez más que el conjunto producto no es conmutativo. Yo quiero recordar las emisiones radiofónicas anteriores en las que estudiábamos las relaciones binarias. Vamos a ver.

Para definir una relación binaria sobre un conjunto, establecíamos un criterio de forma que podíamos saber si, dados dos elementos cualesquiera, estaban relacionados entre sí o no. Pues bien, yo pienso que estas parejas de elementos, según lo visto, son pares ordenados de elementos. Así es. Podemos asegurar que una relación binaria definida sobre un conjunto nos permite establecer una serie de pares ordenados sobre el mismo. Pero creo que son demasiadas cosas para

considerarlas en una sola emisión. Así pues, descansen por hoy y esperemos a otra ocasión para tratar con la amplitud adecuada de los pares ordenados de elementos. Gracias por ver el video.

Gracias por ver el video.