

... Matemáticas básicas. Conjunto vacío. Guión número 3. Fecha de emisión 22 de octubre de 1980. En las primeras emisiones hemos introducido el concepto de conjunto y diversos temas relacionados con él. En la emisión de hoy vamos a seguir hablando de conjuntos y veremos la forma de introducir lógicamente la idea de conjunto vacío. Empecemos por recordar y matizar el concepto de conjunto vacío. ...

algunas de las cosas vistas. Me parece bien, ya que después de leer en el libro de texto el concepto de conjunto, conviene aclarar algunas dudas. Entonces serán ustedes mismos los que hagan el repaso. ¿Recuerdan cuál era la idea intuitiva de conjunto? Dijimos que un conjunto era la agrupación de una serie de objetos. A cada uno de estos objetos le llamábamos elementos del conjunto. Como ejemplo, se me ocurre considerar el conjunto formado por todos los alumnos matriculados en la UNED. Cada uno de estos alumnos matriculados se dice que pertenece al conjunto de todos los alumnos de la UNED. Perfecto. Veamos ahora si pueden distinguir ustedes entre las dos formas de definir un conjunto.

Por ejemplo, en este mismo caso de los alumnos matriculados en la Universidad Nacional de Educación a Distancia. Un conjunto lo podíamos definir de dos formas distintas, por extensión y por comprensión. Cuando un conjunto lo definimos por extensión, tenemos necesariamente que enunciar todos y cada uno de los elementos que lo componen. En el otro caso, cuando queremos definir un conjunto por comprensión, tenemos que enunciar una regla que nos permite saber, sin lugar a dudas, qué elementos pertenecen y qué elementos no pertenecen al conjunto. Es decir, que dado un elemento cualquiera, podemos saber si pertenece o no al conjunto. Por ejemplo, en el caso de considerar el conjunto de los alumnos matriculados en la UNED, su definición por extensión nos llevaría a enunciar todos y cada uno de los alumnos.

En cambio, por comprensión, el mismo conjunto quedaría completamente definido diciendo Sea el conjunto de los alumnos matriculados en la UNED. Con esta regla podemos saber, dada una persona cualquiera, si pertenece o no al conjunto con comprobar si está o no matriculado en la UNED. Es decir, no admite dudas acerca de la pertenencia o no de un elemento, ya que un alumno está o no matriculado. De acuerdo. Creo que han comprendido perfectamente la diferencia de las dos definiciones. Lógicamente, para conjuntos numerosos será mucho más útil la definición por comprensión que la definición por extensión. Pongamos un último ejemplo más. Supongamos que definimos por comprensión el siguiente conjunto numérico. Sea el conjunto formado por el conjunto de los alumnos matriculados en la UNED.

por los números naturales 0, 1, 2, 3, 4 y 5. ¿Podría decir alguno de ustedes cuál sería la definición de este mismo conjunto por comprensión? Podríamos decir que es el conjunto formado por los números naturales menores que 6. En efecto, porque dado un número cualquiera, con la regla anterior podemos saber si pertenece o no al conjunto. Por ejemplo, el número natural 8 no pertenecerá por ser mayor que 6. Igualmente, el número fraccionario 4 quintos tampoco pertenecerá porque no es un número natural. Es interesante señalar aquí que, en general, la definición por comprensión de un conjunto no es única. Es decir, que un conjunto a veces puede definirse de más de una forma por comprensión, pero que también puede definirse de otra forma por comprensión.

Se me ocurre una pregunta que me surge siempre al estudiar los conjuntos. Nunca hemos dicho nada acerca de si los elementos de un conjunto deben o no ser iguales. ¿Qué hay con relación a esto? Esta consideración nos llevaría a razonamientos muy largos que no encajan en la estructura de este curso. Podemos decir entonces, con todas las reservas, que nosotros prescindiremos de los objetos que se repiten dentro de un mismo conjunto. Yo también tengo una duda con respecto a los elementos de un conjunto. Es importante el orden de colocación de los elementos de un conjunto. Veamos. Cuando definimos un conjunto, debemos prescindir del orden de colocación de sus elementos. Solamente tiene sentido hablar del orden entre los elementos.

los elementos de un conjunto cuando se ha definido en él una relación de orden, como veremos más adelante. Así que, rotundamente, podemos decir que al expresar los elementos de un conjunto en un determinado orden, cuando se define éste, es pura casualidad o inventiva. Nunca es esencial para la adecuada definición del mismo. Bien, creo que por mí podemos ya seguir adelante con el tema de esta emisión. Sí, sí, yo también estoy de acuerdo. Veamos entonces la idea de conjunto vacío. Consideremos el conjunto siguiente definido por comprensión. Conjunto de todos los alumnos que escuchan nuestra emisión. Llamaremos a este conjunto de alumnos a la emisión. Este conjunto, conjunto...

A. Vamos ahora a definir un subconjunto del conjunto A, es decir, un conjunto cuyos elementos pertenezcan todos al conjunto A. Para esto nos basta con enunciar otra propiedad que nos restrinja el

número de los elementos. Consideremos entonces el conjunto B definido por comprensión como el conjunto de todos los alumnos que escuchan nuestra emisión y que tengan gafas. Supongamos ahora que estemos en el caso hipotético de que ninguno de los alumnos que escuchan la emisión tenga gafas. ¿Cuáles serían los elementos del conjunto B? Bueno, según la definición del conjunto B, este no tendría ningún elemento, ya que ningún alumno lleva gafas. Efectivamente, este conjunto B es el conjunto vacío. Como la definición por comprensión es la misma, el conjunto B es el conjunto

Si la comprensión que hacíamos del conjunto B era perfectamente lógica, el conjunto vacío será también perfectamente lógico. Veamos si he entendido el razonamiento seguido. Usted ha definido un conjunto por comprensión. A continuación, igualmente por comprensión, ha definido un subconjunto de él que no tenía ningún elemento y lo ha llamado conjunto vacío. Se me ocurre que el conjunto vacío puede definirse también a partir de otro conjunto cualquiera. ¿Es cierto? Totalmente. El conjunto vacío es subconjunto de cualquier conjunto. Por esta razón se suele llamar subconjunto impropio. Voy a enunciar otro conjunto y ustedes me dirán cómo puede definirse el conjunto vacío a partir de él. Supongamos el conjunto definido por extensión. Y formado por los elementos, en este caso números, dos elementos.

cuatro, seis y ocho. Llamemos a este conjunto M. ¿Cómo podrían introducir el conjunto vacío a partir de este conjunto? Podemos considerar el conjunto de los números naturales que pertenezcan a M, que sean impares. Como todos los elementos de M, el 2, el 4, el 6 y el 8 son pares, este conjunto nuevo que consideramos que es un subconjunto de M por definición, no tendrá ningún elemento. Es decir, será el conjunto vacío. Correcto. Es importante señalar que esta no sería la única forma de construir el conjunto vacío. Por ejemplo, considerando el mismo conjunto M, formado por los números naturales 2, 4, 6 y 8, podemos definir un subconjunto de M por definición. Por ejemplo, considerando el mismo conjunto M, formado por los números naturales 2, 4, 6 y 8, podemos definir un subconjunto de M por definición. Por ejemplo, considerando el mismo

conjunto de los números naturales que pertenecen a M y que sean mayores que 12. En efecto, este subconjunto de M no tiene ningún elemento, ya que todos los números de M son menores que 8. Cuando introducimos el conjunto vacío, siempre lo hacemos mediante un subconjunto. ¿Se puede hablar entonces de conjunto vacío? Como ustedes recordarán de una emisión anterior, todo subconjunto es un conjunto. Luego, el conjunto vacío es un conjunto. Esta forma de introducirlo a partir de un conjunto dado es para que se den cuenta de que este conjunto vacío tiene una significación lógica. Hemos definido el conjunto vacío a partir de dos conjuntos distintos, y en el último caso, de dos formas distintas a partir del mismo conjunto. Sin embargo, al hablar de conjunto vacío, parece que

suponemos que éste es único. Mi pregunta es, ¿todos los conjuntos vacíos que hemos encontrado son iguales? Por supuesto, el sentido de conjunto vacío siempre es el mismo. Puede decirse, teniendo en cuenta las consideraciones anteriores y de forma muy escueta, que el conjunto vacío es el que no tiene ningún elemento. A mí me parece que el definir un conjunto sin ningún elemento puede obedecer a deseos de complicación. Es decir, no veo la utilidad de la definición de este conjunto. Evidentemente, con lo estudiado hasta la fecha, parece un poco superflua la definición de este nuevo conjunto. Tengan ustedes en cuenta que en matemáticas la utilidad de un nuevo concepto no se llega a ver hasta que se ha profundizado en la materia y surgen casos en los que se hace necesaria la aplicación de dicho concepto. Igual pasa con el conjunto vacío. Aunque este curso

de matemáticas está planteado a un nivel muy elemental, podrán darse cuenta, al estudiar el resto de la materia dedicada a la teoría de conjuntos, cómo la definición del conjunto vacío se hace necesaria para que esta teoría pueda considerarse en toda su generalidad. ¡Gracias por ver el video!

Gracias.