

AC 10 34

Matemáticas básicas, título Conjunto de las partes de un conjunto, guión número 15, autor J. A. Fernández Sabater, fecha de emisión 16 del 1 del 80. En la emisión de hoy vamos a introducir un nuevo concepto basado en ideas totalmente conocidas. Lo que haremos es lo siguiente.

Por medio de un conjunto dado A , definimos otro conjunto al que llamaremos Conjunto de las partes de A . En primer lugar, recordaremos lo que es un subconjunto. Dado un conjunto A , ¿cuándo decimos que otro conjunto B es subconjunto de A ? Diremos que el conjunto B es subconjunto de A cuando todos los elementos del conjunto B pertenecen también al conjunto A . Muy bien. Por ejemplo, el conjunto formado por los números naturales menores que 5 es un subconjunto del formado por los números naturales menores que 10.

Cuando introducimos este concepto en uno de los primeros guiones, veíamos que había dos tipos particulares de subconjuntos que podían ser siempre definidos en cualquier conjunto. ¿Recuerdan ustedes cuáles son? Creo que uno de ellos era el conjunto vacío, que definíamos como el conjunto que no tenía ningún elemento. De esta definición se deduce que el conjunto vacío es subconjunto de cualquier conjunto dado.

Estoy de acuerdo con mi compañero, pero no me acuerdo de cuál era el otro conjunto a que usted se refiere. Efectivamente, el conjunto vacío es uno de estos dos conjuntos. Como usted bien ha dicho, el conjunto vacío es subconjunto de cualquier conjunto dado.

Presten atención. Supongamos ahora que tenemos un conjunto A . Según la definición de subconjunto, ¿podemos decir que A es subconjunto de sí mismo? Vamos a ver. Para que un conjunto fuera subconjunto de otro, el primero debía estar contenido en el segundo.

Yo creo que, efectivamente, dado un conjunto cualquiera A , podemos decir que A es subconjunto de sí mismo. Muy bien, exacto. Entonces, dado un conjunto cualquiera, siempre podemos definir en él dos subconjuntos, que son él mismo y el conjunto vacío.

Vamos a introducir ahora el tema de la emisión de hoy. Dado un conjunto A , llamamos conjunto de las partes de A al conjunto formado por todos los subconjuntos posibles de A . Es decir, como dijimos al principio de la emisión, mediante un conjunto A definimos otro conjunto que llamamos conjunto de las partes de A . Lo primero de lo que hay que darse cuenta es de que los elementos de uno y otro conjunto son de distinto tipo. ¿Ven ustedes esto? Creo que está claro, ya que según la definición que usted ha dado del conjunto de las partes de un conjunto A , los elementos son todos los posibles subconjuntos de A . Es decir, son, a su vez, conjuntos.

Efectivamente. Los elementos del conjunto de las partes son, a su vez, conjuntos. Veamos ahora otro detalle sobre la definición.

El conjunto de las partes de un conjunto cualquiera A sabemos que nunca será vacío. Vamos a

repetirlo para que lo piense. El conjunto de las partes de un conjunto cualquiera A sabemos que nunca será vacío.

¿Por qué? Yo creo que, efectivamente, el conjunto de las partes de A nunca será vacío, ya que tendrá al menos dos elementos que serán, el conjunto vacío y el mismo conjunto A , que, como vimos, son dos subconjuntos que se pueden definir en cualquier conjunto. Exactamente. Muy bien.

Como parece que se ha comprendido la definición, vamos a poner un ejemplo. Supongamos el conjunto A formado por los números naturales 1, 2, 3. Veamos si saben enumerar los elementos de que consta el conjunto de las partes de A . Usted. En primer lugar, tendremos como elementos el conjunto vacío y el mismo conjunto A . Bien, también tendremos como elementos del conjunto de las partes de A los subconjuntos de A formados por un solo elemento, es decir, el subconjunto formado por el número 1, el subconjunto formado por el número 2 y el subconjunto formado por el número 3. Podemos formar también tres subconjuntos de dos elementos que serán también elementos del conjunto de las partes de A . Estos subconjuntos son el formado por los números 1 y 2, el formado por los números 2 y 3 y el formado por los números 1 y 3. Yo creo que ya hemos enumerado todos los elementos del conjunto de las partes de A , es decir, todos los subconjuntos posibles de A . Efectivamente.

En este caso, el conjunto de las partes de A tiene ocho elementos, que son tres subconjuntos de un solo elemento, tres subconjuntos de dos elementos, el conjunto total A y el conjunto vacío. Bien, hemos visto entonces cómo a partir de un conjunto dado A podemos definir otro conjunto que llamamos conjunto de las partes de A . Como ustedes recordarán, en una de las emisiones anteriores estudiábamos las operaciones de unión e intersección de conjuntos. Sí, me acuerdo bastante bien de estas operaciones.

Bueno, consideremos el conjunto de las partes de un conjunto dado A . Introduzcamos ahora, en este conjunto de las partes, la unión y la intersección. Es decir, que consideramos el conjunto de las partes de A junto con las operaciones de unión e intersección. Exacto.

Esto tiene sentido, ya que, como sabemos, el conjunto de las partes está formado a su vez por conjuntos. Consideremos también la operación de complementación con respecto al conjunto total A . Es decir, cada elemento del conjunto de las partes de A , por ser un subconjunto de A , tendrá un complementario con respecto a él. Entonces, tenemos un conjunto, el conjunto de las partes de A , junto con dos operaciones, la unión e intersección, que son leyes de composición interna en este conjunto.

¿Qué significa esto último? Como creo recordar de la emisión anterior, esto significa que la unión y la intersección de dos subconjuntos de A es también otro subconjunto de A . Es decir, que al operar dos elementos del conjunto de las partes de A , nos da como resultado otro elemento del mismo conjunto. De acuerdo. Notarán ustedes que así como en la emisión anterior teníamos un conjunto con una sola ley de composición interna, aquí consideramos un conjunto con dos leyes de composición interna.

Pues bien, como pueden ver ustedes en su libro de texto, estas dos operaciones cumplen una serie de propiedades. Si ahora consideramos también la existencia en el conjunto de las partes de la complementación, tendremos una nueva estructura que llamaremos álgebra de Boole. Es decir, que una álgebra de Boole es una estructura que tiene un conjunto en el cual hemos definido dos leyes de composición interna que cumplen una serie de propiedades.

También debe ser posible definir en este conjunto la complementación. Perfectamente. De esta forma, la introducción del conjunto de las partes de A nos ha servido para definir una nueva estructura, el álgebra de Boole.

Más adelante verán otros ejemplos de álgebra de Boole cuando estudien las proposiciones. Y antes de finalizar la emisión, les recordamos como siempre que todos estos conceptos, sobre todo las propiedades que no hemos enunciado, deben estudiarlos en su libro de texto.