

... Matemáticas básicas, título Operaciones entre proposiciones. Guión número 17. Autora Carmen Herrera. Fecha de emisión 30 del 1 del 80. ... Antes de comenzar con el tema de hoy, como en otras ocasiones, vamos a hacer un breve repaso de las definiciones que estudiábamos en la emisión anterior. Repasaremos lo que es una proposición, lo que es el valor lógico de una proposición y, por último, lo que es la definición de una proposición.

Y algunos tipos de proposiciones que veíamos. ¿Recuerdan a qué llamábamos proposición? Una proposición es un conjunto de palabras que tenga sentido lógico y del que podamos averiguar si es verdadero o falso. Muy bien. ¿Y a qué llamábamos valor lógico de una proposición? Como ya hemos dicho, toda proposición tiene que ser verdadera o falsa. Entonces, a todas las proposiciones que sean verdaderas, les asociamos el símbolo V y decimos que V es su valor lógico. De igual manera, a todas las proposiciones falsas, les asociamos el símbolo F y decimos que F es su valor lógico. Bien, creo que está suficientemente claro. Para acabar con el repaso, ¿recuerdan a qué llamábamos proposiciones simbólicas? Simples y propuestas.

¿Proposiciones compuestas? Sí. Proposiciones simples son aquellas que no se pueden descomponer en otras más sencillas. Por ejemplo, la manzana es una fruta. Y proposiciones compuestas son las formadas por dos o más proposiciones simples. Muy bien. Precisamente mediante las operaciones entre proposiciones que hoy estudiaremos, partiendo de unas proposiciones simples, obtendremos otras compuestas. Comencemos ya a estudiar las operaciones más usuales entre proposiciones. En primer lugar, veremos la disyunción de dos proposiciones. Disyunción. Dadas dos proposiciones, P y Q.

llamaremos proposición disyunción de P y Q a otra proposición que está caracterizada por ser verdadera cuando lo sea o bien P o bien Q o ambas a la vez. Entonces la proposición disyunción de P y Q únicamente será falsa cuando lo sean P y Q a la vez. ¿No es así? Exactamente, así es. ¿Podría ponernos un ejemplo de disyunción de dos proposiciones? Por supuesto. Si P es la proposición hoy es jueves y Q es la proposición los libros tienen hojas la proposición disyunción de P y Q será hoy es jueves o los libros tienen hojas. Es decir, que unimos a P y Q ambas proposiciones

mediante la conjunción disyuntiva O y obtenemos una nueva proposición. En este caso, P es falsa, ya que hoy es miércoles, y Q es verdadera. ¿Cómo sería entonces la proposición disyunción de P y Q? Será verdadera, ya que la proposición Q lo es. Y habíamos visto que la proposición disyunción de dos proposiciones únicamente es falsa cuando lo son las dos a la vez. Muy bien. Ahora quiero que piensen en alguna operación entre conjuntos que les recuerde la disyunción entre proposiciones. ¿Se les ocurre algo? Pues a mí no. A mí tampoco. Bueno, la operación a la que me refiero es la unión entre conjuntos. Si se fijan, existe cierta... Cierta analogía.

entre esta operación y la disyunción de proposiciones, ya que decíamos que el conjunto unión de dos conjuntos está formado por los elementos que pertenecen al menos a uno de los dos conjuntos. Y la disyunción de dos proposiciones es verdadera si lo es al menos una de las dos proposiciones. Seguidamente vamos a estudiar otra operación entre proposiciones. Si tenemos dos proposiciones P y Q, llamaremos conjunción de P y Q a otra nueva proposición que está caracterizada por el elemento que se llama la disyunción de dos conjuntos.

por ser verdadera únicamente cuando lo sean P y Q. Entonces, si una de las dos proposiciones o las dos son falsas, la conjunción de ambas también será falsa, ¿no es así? Naturalmente. Ya hemos dicho que el único caso en que la conjunción es verdadera es cuando ambas proposiciones lo son. Por favor, profesor, ¿nos puede poner un ejemplo? Vamos a ver. Si P es la proposición Es decir, que para hacer la conjunción de dos proposiciones unimos ambas con la conjunción copulativa I. Y. Y. En este caso, la primera proposición.

Los perros ladran es verdadera. Y la segunda, los peces vuelan, es falsa. Entonces, ¿qué valor lógico tiene la conjunción de ambas proposiciones? El valor lógico será falso, ya que una de ellas es falsa. Muy bien. Veamos ahora la analogía que existe entre la conjunción de proposiciones y la intersección de conjuntos. ¿En qué consiste esta analogía? Creo que es la siguiente. El conjunto e intersección de dos conjuntos está formado únicamente por los elementos que pertenecen a ambos conjuntos y la proposición conjunción de dos proposiciones es verdadera únicamente cuando ambas proposiciones lo son. Perfectamente. Creo que ha quedado suficientemente clara esta operación. Pasemos a estudiar ahora lo que es la negación. La negación de una proposición.

Proposición P Proposición P Proposición P Proposición P

de la teoría de conjuntos que estudiamos en la primera parte de este curso. De momento no veo ninguna relación. A mí tampoco se me ocurre nada. A lo que me refiero es al conjunto complementario. Si recuerdan, cuando un elemento pertenece a un conjunto, no pertenece a su complementario. Y si una proposición es verdadera, su negación no lo es. Sí, es cierto. Comprendo que existe una analogía entre ambos conceptos. Pasemos seguidamente a definir otra operación entre proposiciones que es equivalente a lo que llamábamos inclusión en la teoría de conjuntos. Esta operación es la de la teoría de conjuntos. Esta operación es la de la teoría de conjuntos.

es la llamada implicación lógica. Dadas dos proposiciones P y Q, diremos que P implica Q o que la implicación es verdadera cuando ambas son verdaderas, ambas son falsas, o cuando la primera es falsa y la segunda es verdadera. Entonces, el único caso en que P no implica Q es cuando P es verdadera y Q falsa, ¿no es así? Efectivamente. Cuando P es verdadera y Q falsa, decimos que P no implica Q o que la implicación es falsa. ¿Puede ponernos un ejemplo para ver cómo se hace la implicación de dos proposiciones? Sí, vamos a poner un ejemplo. Si P es la proposición el día tiene 20 horas y Q la tierra es un planeta, la proposición P es la misma.

implica Q es el día tiene 20 horas, luego la tierra es un planeta. Es decir, unimos ambas proposiciones mediante la palabra luego. En el ejemplo que estamos considerando, la proposición P, el día tiene 20 horas, es falsa y la proposición Q, la tierra es un planeta, es verdadera. Entonces, ¿qué pasará con la proposición P implica Q? Como la proposición P es falsa y la Q verdadera, diremos que P implica Q o que la implicación lógica es verdadera. Si ha quedado suficientemente entendido, vamos a ver por último la equivalencia entre dos proposiciones. Creo que sí lo hemos entendido. Bien, si tenemos dos proposiciones P y Q, diremos que son equivalentes, cuando ambas proposiciones

tienen el mismo valor lógico, o sea, cuando las dos son verdaderas o las dos son falsas. Si las dos proposiciones no tienen el mismo valor lógico, diremos que no son equivalentes o que la equivalencia es falsa. Sí, vamos a ver un ejemplo. Si P es la proposición, Santander es una provincia andaluza y Q, Cervantes, es un escritor inglés, la proposición P equivalente a Q es Santander es una provincia andaluza equivale a Cervantes es un escritor inglés. Es decir, que unimos ambas proposiciones por la expresión equivale a o también por la expresión sí y sólo sí. En este ejemplo, como las dos proposiciones son falsas, la equivalencia tiene que ser verdadera.

¿No es así, profesor? Sí, en este caso la equivalencia es verdadera. O también podemos decir que ambas proposiciones son equivalentes. Con esto terminamos nuestra emisión de hoy, no sin antes remitirles a su libro de texto para que amplíen y profundicen en los conceptos que hoy hemos estudiado. El próximo día seguiremos estudiando conceptos relativos a la lógica matemática. Gracias.