

... Matemáticas básicas, título, conjunto producto, fecha de emisión 13 del 1 del 82, autores, equipo docente de matemáticas básicas. ... En la emisión de hoy vamos a estudiar el conjunto producto cartesiano.

Veremos cómo a partir de dos conjuntos dados encontramos otro conjunto al que llamaremos conjunto producto de los dos primeros. Perdona que lo interrumpa, pero creo que el proceso es el mismo que el seguido al hacer la unión o la intersección de dos conjuntos. Quiero decir que también en estas operaciones conocidas partíamos de dos o más conjuntos y encontrábamos otro conjunto nuevo. En efecto, desde este punto de vista el producto cartesiano de dos conjuntos es una operación entre ellos, como puede ser la unión o la intersección. Sin embargo, el producto cartesiano reúne unas características especiales que son las que vamos a estudiar en esta emisión de hoy. Vamos a comenzar en esta ocasión con un ejemplo.

numeración que llevan las localidades de un cine en una sesión numerada. Cada billete de entrada tiene dos números. Uno nos señala la fila en el cine y el otro la localización de la butaca dentro de cada fila. Evidentemente, esta es una forma más cómoda de encontrar la butaca en el cine que si estuvieran todas ellas numeradas correlativamente. Lo que interesa en este ejemplo, creo yo, es el hecho de que cada localidad lleva dos números, el de la fila en que se encuentra y el del asiento en la fila. Bien, supongamos ahora que consideramos como conjuntos de partida el conjunto de las filas del cine y el conjunto de las butacas de cada fila. El conjunto producto cartesiano de estos dos es el conjunto de todas las butacas de la sala. Para formar este último conjunto, según dijimos antes, tomamos un elemento del conjunto de las filas y otro elemento del conjunto de las butacas en cada fila. Estos dos elementos, tomados en el orden de enunciado, es decir, el...

primero la fila y el segundo la butaca en la fila forman un par ordenado. Pues bien, el conjunto formado por estos pares ordenados es el conjunto de todas las butacas de la sala, es decir, es el conjunto producto. Entonces el conjunto producto está formado por pares de elementos y estos pares deben estar dados en un orden determinado. Según esto, los elementos del conjunto producto son a su vez pares de elementos. No entiendo muy bien este tipo de conjuntos. Bien, vamos a explicar el ejemplo y a sacar algunas conclusiones de él. Tenemos, como acabamos de decir, dos conjuntos de partida, el conjunto de las filas y el conjunto de las butacas. Vamos a explicar el ejemplo.

en cada fila. Queremos obtener el producto cartesiano de estos dos conjuntos. Para esto, tomamos un elemento del primer conjunto, el de las filas, y otro del segundo, el de las butacas en cada fila, en este mismo orden. Estos dos elementos forman un par ordenado. Es decir, un par en el cual el primer elemento pertenece al primer conjunto y el segundo elemento pertenece al segundo conjunto. Y siempre en este mismo orden, ¿no es así? Sí, así es. Esto quiere decir que el producto cartesiano de conjuntos no es conmutativo. O sea, que no es lo mismo hacer el producto cartesiano del conjunto de las filas del cine por el conjunto de las butacas de cada fila que al revés. Exacto. Esto se ve claro en el ejemplo de las localidades del cine. Supongamos que en la entrada figuran dos números. El primero es el de la fila y el segundo el del asiento en la fila. Si usted tiene la localidad 2, 5, quiere decir que su asiento está en la segunda fila.

fila y tiene dentro de ella el número 5. Es evidente que si la localidad fuera la 5-2 sería completamente distinta a la anterior, ya que estaría en la fila quinta ocupando el segundo lugar. Creo que está perfectamente claro. Bien. Vamos a seguir entonces con la explicación del ejemplo. Consideremos todos los pares de elementos posibles, siendo siempre el primer elemento del par el número de la fila y el segundo el número de la butaca en la fila. El conjunto de todos estos pares de elementos que designan todas las localidades del cine es el conjunto producto cartesiano. Como dijo uno de ustedes muy bien anteriormente, los elementos de este nuevo conjunto son pares de elementos dados en un cierto orden. Es decir, que son, por decirlo de alguna forma, de naturaleza. Naturaleza distinta.

a los elementos de los conjuntos de partida. Esto no es ninguna pega, ya que nunca se ha dicho nada restrictivo en cuanto a la naturaleza de los elementos de un conjunto. Ya lo entiendo. Recuerdo que cuando hablábamos del conjunto cociente producido por una relación de equivalencia en un conjunto dado, también sus elementos, las clases de equivalencia, eran de naturaleza distinta a las del conjunto de partida. Efectivamente. Ya ven que no es un caso completamente nuevo. Y está bastante claro, pero yo creo que quizá con otro ejemplo acabaríamos de entenderlo mejor. Muy bien. Yo voy a poner el ejemplo y serán ustedes mismos quienes lo desarrollen y saquen las conclusiones relacionadas con el tema. Supongamos que el cocinero de un hotel dispone de un conjunto de primeros platos, consomé,

entremeses y sopa de mariscos, y de un conjunto de segundos platos, bistec, lengua...

chuletas para confeccionar diferentes menús de dos platos. El primer plato de cada menú debe corresponder al conjunto de primeros platos y el segundo al conjunto de los segundos platos. El cocinero quiere averiguar cuántos menús diferentes puede confeccionar. Para ello debe ver todas las combinaciones posibles entre los primeros y los segundos platos. Entonces, en este caso, los conjuntos de partida son el conjunto de los primeros platos, con somé, entremeses y sopa de mariscos, y el conjunto de los segundos platos, bistec, lenguado y chuletas. En efecto, pero ¿cómo formaríamos todos los menús posibles? Se me ocurre que podemos hacerlo de la siguiente manera. Tomamos un elemento del primer conjunto, es decir, un primer plato, y lo combinamos con cada uno de los elementos del segundo conjunto, que son los segundos platos. De esta forma obtenemos una serie de menús diferentes. Después tomamos otro elemento del primer conjunto, y lo combinamos también con el segundo conjunto.

con todos los del segundo y así sucesivamente hasta terminar con todos los elementos del primer conjunto. Muy bien. Como sería demasiado extenso enumerar cada uno de estos pares de elementos, ¿me podrían poner algún ejemplo? Es muy fácil. Por ejemplo, consomé y bistec, sopa de mariscos y lenguado, etc. Exacto. Como ven ustedes, cada menú es un par ordenado de elementos. El primer elemento pertenece al conjunto de los primeros platos y el segundo al conjunto de los segundos platos. Si ahora, como uno de ustedes dijo hace poco, formamos todos los menús posibles y los agrupamos en un conjunto, ¿qué conjunto será este? Creo que sería el conjunto producto del conjunto de los primeros platos por el conjunto de los segundos platos. Exactamente. Pero, ¿cómo ha llegado a esta conclusión? Bueno, porque el conjunto de todos los menús posibles, está formado por pares de elementos, en este caso pares de platos, en los cuales el primer elemento

siempre pertenece al primer conjunto y el segundo al segundo conjunto. Es decir, que es el conjunto producto. Bien, creo que será útil que resumamos ahora las conclusiones de este ejemplo. Tenemos dos conjuntos de partida. Llamamos A al conjunto de los primeros platos y B al conjunto de los segundos platos. El conjunto de todos los menús posibles que se pueden formar con un primer plato del conjunto A y un segundo plato del conjunto B es, según hemos estudiado, el producto cartesiano del conjunto A por el conjunto B. Cada elemento del producto cartesiano, es decir, cada menú, está formado por un plato. Es decir, un par ordenado de elementos. En este par, el primer elemento es el que se llama el plato.

pertenece al conjunto A, es decir, es un primer plato, y el segundo al conjunto B, esto es, es un segundo plato. Ahora una pregunta sobre este mismo ejemplo. ¿Ven ustedes claro en este ejemplo que el producto cartesiano no es conmutativo? Creo que sí. Si el conjunto producto cartesiano fuera conmutativo sería lo mismo el producto del conjunto A por el conjunto B que el producto del conjunto B por el conjunto A. Entonces sería igual un menú cuyo primer plato fuera entre meses el segundo bistec, que otro cuyo primer plato fuera bistec y el segundo entre meses. Y esto evidentemente no es verdad. Pues ya si les parece y para terminar vamos a dar una definición general de producto cartesiano.

cartesiano de dos conjuntos. Tenemos dos conjuntos de partida, el conjunto A y el conjunto B. El producto cartesiano del conjunto A por el conjunto B es otro conjunto cuyos elementos son de distinta naturaleza que los elementos de los conjuntos de partida A y B, puesto que son pares ordenados. En estos pares, el primer elemento pertenece al conjunto A y el segundo al conjunto B. Esto es siempre igual para todos los pares. Quiere decir que el producto cartesiano no es conmutativo, es decir, que no es lo mismo el conjunto A por B, que es el que acabamos de definir, que el conjunto B por A, cuyos pares tendrían como primer elemento uno del conjunto B y como segundo elemento uno del conjunto A. Gracias.

Antes de terminar, quisiera hacerle una pregunta. Hemos hablado siempre del producto cartesiano de dos conjuntos, pero ¿tiene sentido hablar del producto cartesiano de tres o más conjuntos? Efectivamente, tiene sentido calcular, por ejemplo, el producto cartesiano de A por B por C. Lo que pasa es que este caso queda reducido al producto de dos conjuntos operando de la siguiente manera. Primero encontramos el producto cartesiano de A por B y luego hallamos el producto cartesiano de A por B por el conjunto C. No es más que aplicar la definición dos veces. Para terminar, como siempre, les recomendamos que amplíen estos conceptos en sus libros de textos. Nada más y hasta el próximo día. ¡Suscríbete al canal!

¡Suscríbete al canal!

