

... Matemáticas básicas. Relaciones de equivalencia. Guión número 7. Fecha de emisión 19 de noviembre de 1980. Como en todas las emisiones, vamos a comenzar esta de hoy haciendo un breve repaso de lo visto en la anterior. ¿Recuerdan ustedes el tema que tratamos? Fundamentalmente, creo que hablábamos de las relaciones binarias.

En efecto. Este es el concepto principal que estudiamos y sobre el cual vamos a volver brevemente ahora. ¿Qué significa establecer en un conjunto dado una relación binaria? Consiste en definir una regla mediante la cual establecemos una relación entre algunos o todos los elementos del conjunto. Bueno, este podía ser el concepto, pero aclaremos más la definición. Necesitamos que la regla establecida sea lo suficientemente clara para saber, dados dos elementos cualesquiera del conjunto, si están relacionados o no. Como usted ha dicho bien, este criterio no tiene por qué afectar a todos los elementos del conjunto. Sería interesante poner un ejemplo. Muy bien. Supongamos que consideramos el conjunto formado por todos los alumnos matriculados.

en matemáticas básicas en este curso de acceso. Establecemos la siguiente relación. Dos elementos cualesquiera de este conjunto, es decir, dos alumnos, están relacionados entre sí si viven en la misma provincia, suponiendo que estemos considerando sólo alumnos que residen en España. En efecto, este es un criterio claro que nos permite saber si dos alumnos están o no relacionados. También se ve que puede darse el caso de que un alumno viva en una provincia en la cual no viva ningún otro alumno de los matriculados en matemáticas básicas. Es decir, este alumno no estaría relacionado con ningún otro. ¿No es así? No exactamente, ya que, como vemos, este alumno estará relacionado consigo mismo. Podemos decir entonces que hemos establecido en el conjunto de partida una relación binaria. ¿Qué es la relación de matemáticas básicas?

Vamos a centrarnos ahora en el tema fundamental de esta emisión, las relaciones de equivalencia. Este es un tipo especial de relación binaria, por lo cual podemos afirmar ya que toda relación de equivalencia es una relación binaria, no cumpliéndose en general lo recíproco. Precisamente el ejemplo de relación binaria que vimos en el ejemplo anterior es una relación de equivalencia. Volvamos pues al ejemplo y piensen en la siguiente pregunta. ¿Qué efecto produce la relación de vivir en la misma provincia en el conjunto de los alumnos matriculados en matemáticas básicas? En principio se me ocurre que es una forma de agrupar a los alumnos por las provincias en las que viven. ¿Qué efecto produce la relación de vida en la misma provincia en el conjunto de los alumnos matriculados en matemáticas básicas?

efecto, yo también lo veo así. Por medio de la relación conseguimos unir a los alumnos que viven en una misma provincia. Exactamente, esto era lo que me interesaba que notaran. Podemos decir entonces que la relación definida nos define cierta clasificación en el conjunto de partida. Si conseguimos agrupar a los alumnos por provincias, tendremos una serie de subconjuntos del conjunto de partida de todos los alumnos, en cada uno de los cuales estarán los alumnos que viven en la misma provincia. Esta clasificación es una propiedad que cumplen todas las relaciones de equivalencia. Entonces, en el caso que tengamos un solo alumno que pertenezca a una determinada provincia, este subconjunto estará formado por un solo elemento, o sea, será unitario, ¿no es así? Exacto. Vamos a poner otro ejemplo. Un ejemplo de relación de equivalencia en el que se vea el efecto de...

esta clasificación. Consideremos el conjunto formado por todas las localidades de un determinado cine. Las localidades tendrán diferente precio según su colocación en el cine. Establezcamos ahora la relación de equivalencia siguiente. Dos localidades dadas cualesquiera son equivalentes o están relacionadas cuando tienen el mismo precio. Es decir, que aquí la clasificación de las localidades se produce por su precio. En efecto, supongamos que en el cine hay tres tipos distintos de localidades en cuanto al precio. Butacas, entre suelo y principal. Al establecer la relación de equivalencia, agrupamos a las localidades que tienen el mismo precio. Es decir, a las localidades de butaca por un lado, las de entre suelo por otro y las de principal por otro. Entiendo entonces que el conjunto

de partida de todas las localidades del cine, por medio de la relación de equivalencia del mismo precio definida, formará tres subconjuntos cuyos elementos son las localidades de butaca, las localidades de entresuelo y las localidades de principal respectivamente. Como vemos, esta relación de equivalencia nos produce, como en el caso del primer ejemplo, una clasificación de los elementos del conjunto. Como dijimos anteriormente, esta es una propiedad común a todas las relaciones de equivalencia. Esta clasificación se efectúa por medio de la agrupación de los elementos del conjunto de partida en subconjuntos, cada uno de los cuales está formado por los elementos relacionados entre sí. Muller y

La división del conjunto de partida en varios subconjuntos por medio de la relación de equivalencia se suele conocer con el nombre de partición del conjunto de partida. Vamos a hacer ahora hincapié en una cuestión que ha sido brevemente señalada y que nos parece importante resaltar. Como hemos indicado, una relación de equivalencia en un conjunto dado produce en éste una clasificación de sus elementos. Parece lógico que, para que podamos hablar de clasificación de los elementos de un conjunto, la relación de equivalencia debe afectar a todos los elementos del conjunto, ya que si no, habría elementos que no estarían clasificados. Pero ésta será una propiedad específica de las relaciones de equivalencia, ya que al principio de la emisión definía que en general una relación binaria no tiene por qué afectar a todos los elementos del conjunto. ¿No es así? Efectivamente.

general, esta propiedad no tiene por qué cumplirse en las relaciones binarias, pero sí es obligatoria en el caso de que la relación sea de equivalencia. Creo que esto nos enlaza con el primer ejemplo. Como definimos, al hablar de la relación de equivalencia de vivir en la misma provincia, podía darse el caso de que un alumno viviera en una provincia en la cual no hubiera ningún otro alumno matriculado. Exacto. A primera vista, parece que este alumno no está relacionado con ningún otro, pero como es evidente, este alumno estará relacionado consigo mismo. De esta forma, al considerar los subconjuntos obtenidos por la clasificación en los que agrupábamos los elementos relacionados entre sí, el subconjunto al que pertenecerá este alumno tendrá como único elemento el mismo, pero la clasificación no es la misma. La clasificación estará perfectamente definida. Esta propiedad la cumplirán todos los elementos.

del conjunto. Podemos ver tanto en este ejemplo como en el segundo de las localidades del cine, que cada elemento está relacionado consigo mismo. Eso es. Esta propiedad, que cumplen todas las relaciones de equivalencia, se suele conocer con el nombre de propiedad reflexiva. Existen otras propiedades específicas de esta relación que no veremos aquí y que ustedes deben estudiar en su libro de texto. Nos interesaba explicar esta propiedad porque afecta a la existencia de la clasificación en el conjunto. En la siguiente emisión...

Estudiaremos con más detalle estos subconjuntos que la relación de equivalencia nos produce en el conjunto de partida e introduciremos el concepto de conjunto cociente. Gracias por ver el video.