

...de la vida. Dentro de ese primer grupo de problemas... ...que hemos concretado... ...se halla el concepto... Matemáticas básicas, guión número 40. Expresiones algebraicas y ecuaciones. Contenido didáctico, José R. Marco Franco. Matemáticas básicas, guión número 40.

que se aclaren las ideas y le sacan comprender dichas cuestiones. Empezaremos dando la definición de la expresión algebraica, diciendo que es un conjunto de números y letras unido por las operaciones que todos ustedes conocen, es decir, sumas, restas, multiplicaciones, divisiones y demás. Por ejemplo, una expresión algebraica será $2x^3$ y 2 menos $4xi$ más $5i$. Es importante saber que estas letras pueden tomar un valor numérico particular y entonces la expresión algebraica toma un valor una vez que hayamos sustituido las letras por su valor numérico y realicemos las operaciones a que están sometidas las letras en la expresión. Así, el valor de las x es 1 y el de la y también es 1 . La expresión anterior será $2 \times 1^3 \times 1^2$ menos 4×1 por 1 , más 5×1 igual a 3 .

algebraica ha tomado un único valor que se llama valor numérico de dicha expresión. Para cada valor que le dé a las letras iré obteniendo distintos valores de la expresión algebraica y se debe dejar claro que las letras pueden tomar cualquier valor numérico. Una vez que hemos visto lo que es una expresión algebraica vamos a estudiar los tipos de expresiones algebraicas más sencillas como son los monomios y los polinomios. Empecemos por dar la definición de monomio y diremos que es una expresión algebraica donde las letras únicamente aparecen sometidas a la operación multiplicación. Así ejemplos de monomios serán $3x^2y$, otro ejemplo x^2y^2z , otro $2x$ y $3z$. Observemos que un monomio consta de un número que se llama coeficiente y unas letras que se llaman parte literal. Las letras aparecen elevadas a unos números y a estos es alocuente. Y aquí tenemos un monomio que se llama grado del monomio. Así.

En el ejemplo del primer monomio, $3x^2y$, diremos que el grado respecto de la letra x es 2 , ya que este es su exponente. Respecto de la letra y , el grado es 1 , ya que su exponente es dicho número. Vamos a estudiar qué operaciones se pueden hacer con los monomios. La operación suma y resta no se puede hacer más que en el caso de que la parte literal de los monomios que queremos sumar o restar sea la misma y para efectuar la suma se suman los coeficientes y para restar se restan. Por ejemplo, queremos sumar los monomios $3x^2y$ más $5x^2y$ más $2x^2y$. Como la parte literal de todos ellos coincide, ya que es x elevado a $2y$, se podrán sumar y para ello sumamos los coeficientes y la suma de los monomios me dará $10x$ elevado a $2y$. Lo mismo en el caso de que sea...

restar. Ahora bien, si quisiera sumar los monomios $2x$ elevado a $2i$ más $3x$, esta operación no se puede realizar, ya que los monomios no tienen la misma parte literal. Vamos ahora a estudiar la operación o producto de monomios. Haremos la salvedad de que para que se puedan multiplicar monomios no se necesita, como en la suma, que cumplan ninguna condición. Sea cual sea el monomio, siempre se puede multiplicar. El resultado me da otro monomio, cuyo coeficiente es el producto de los coeficientes de los monomios y cuya parte literal es el producto de las partes literales. Hemos de recordar que para multiplicar potencia de igual base, el resultado es otra potencia que tiene la misma base y por exponente la suma de los exponentes. Esto lo recordamos ya que si en los monomios aparece la misma letra, habrá que multiplicarlos. Así, por ejemplo, si quiero multiplicar los monomios $3x^2$ y 2 por 2 y $3z$, me dará otro monomio cuyo coeficiente es el producto de los monomios.

coeficiente será el producto de los coeficientes y por tanto será 6. La parte literal será el producto de las partes literales. Como la y aparece en los dos monomios, la multiplicaré y para ello sumo los exponentes y me dará 5. Por tanto, la parte literal será $x^2 y^2 z$. Lo mismo se hace con la división. Sean cuales sean los monomios, siempre se pueden dividir y recuerden que para dividir potencias de igual base lo que se obtiene es otra potencia de la misma base y por exponente la resta de los exponentes. Una vez visto esto, vamos a estudiar unas expresiones algebraicas algo más complicadas que se llaman polinomios. La definición de polinomio es una suma o resta de varios monomios. Como ya sabemos operar con monomios, no tendremos dificultad en operar con polinomios y únicamente vamos a dedicarles algunos párrafos. Suma de polinomios. Para sumar polinomios, se debe dividir en dos partes. La primera parte es la suma de polinomios y la segunda parte es la resta de polinomios. Para sumar dos polinomios, lo que se hace es

sumar los monomios cuya parte literal coincide. Y si hay algún monomio que no tiene semejante en el otro polinomio, éste se añade en el polinomio suma. La resta de polinomios se efectúa igual. Multiplicación de polinomios. Para multiplicar, lo que se hace es que cada uno de los monomios del primer polinomio se multiplica por cada uno de los monomios del segundo polinomio. Una vez hecho esto, se operan los monomios que tengan la misma parte literal. Esto es lo que se conoce como reducción de términos semejantes. La división creo que no ofrece dificultad y no consideramos oportuno incluirla en una emisión radiofónica debido a los problemas que plantearía su explicación. Hemos de hacer la salvedad de que los polinomios que se suelen emplear son los que llamamos en una indeterminada x . Esto quiere decir que la parte literal sólo tiene la letra x y así manejamos polinomios de la forma $3x^3$ menos $4x^2$ más 5. En estos polinomios se llama grado el mayor exponente a que

está elevada a la x . Así, en el ejemplo anterior, el grado sería 3. Un polinomio de grado n se dice que es completo cuando tiene las x elevadas a todos los exponentes empezando en n y terminando en 0. Hemos de hacer la salvedad de que x elevado a 0 no se suele poner y solamente aparece un número que es lo que se llama término independiente. Esto lo hemos recordado ya que es importante hacer las divisiones aplicando la regla de Ruffini. Creo que no tienen dificultad las operaciones con estos polinomios. Únicamente debemos decir que se puede multiplicar un número por un polinomio y para ello lo que hacemos es multiplicar dicho número por todos los coeficientes del polinomio. Vamos pues a dedicar unas líneas a la regla de Ruffini que es quizás donde más dudas nos han planteado. En principio les diré que mediante esta regla puedo calcular el cociente y el resto de la división de un polinomio cualquiera por uno de primer grado. Para que se pueda calcular el cociente y el resto de la división de un polinomio cualquiera para ello recuerden que se puede calcular el cociente y el resto de la división de

ponen los coeficientes del polinomio dividendo, pero han de tener cuidado, pues este ha de ser completo y si falta algún término no han de olvidar poner cero. Atención a este detalle, pues todos sus errores están ahí, es decir, que se olvidan de poner ceros en los términos que no aparecen en el polinomio divisor. Luego hacen la operación como se indica en su unidad y los coeficientes que obtengo me indican lo siguiente. El último es el resto de la división y los anteriores van siendo los coeficientes del polinomio cociente, que siempre es de un grado menor que el divisor. Ahora bien, han de tener en cuenta que esto únicamente lo pueden aplicar en el caso de que el divisor sea un polinomio de

primer grado. Un procedimiento muy cómodo de calcular el valor numérico de un polinomio en una indeterminada es aplicar la regla de Ruffini y normalmente ustedes no lo hacen así en los problemas que les hemos propuesto. Cuando les damos un polinomio y les decimos que calculen el valor numérico, por ejemplo, para x igual a 2,

ustedes lo que hacen es sustituir la x por este valor y operar. Por supuesto que esto es correcto, pero creo que es más fácil aplicar la regla de Ruffini para x igual a 2 y el último coeficiente, o sea, el coeficiente que hace el resto, ese es el valor numérico del polinomio para x igual a 2. Pasemos ahora a estudiar algo de ecuaciones y empezaremos dando la definición. Llamaremos ecuación a una igualdad entre dos expresiones algebraicas en las cuales aparecen una o varias letras que se llaman incógnitas. Resolver una ecuación es encontrar unos valores para las incógnitas que verifican la igualdad. Se llama grado de una ecuación el mayor exponente al que aparezca elevada la incógnita. Una ecuación de grado n tiene n soluciones, pero puede ocurrir que alguna de ellas sean complejos. Como en el estudio que hemos estado haciendo las soluciones tienen que ser reales, resultará que la ecuación de grado n es la que más se puede ver. Y resultará que como máximo una ecuación de grado n es la que más se puede ver.

grado n tendrá n soluciones, suponiendo que todas ellas sean reales. Pero podría ocurrir que dijéramos que una ecuación de grado 2 no tiene soluciones, lo que indicamos en que no son reales las soluciones. Consideremos ahora ecuaciones de primer grado con una incógnita. Estas son las más sencillas y por ser de primer grado nos indica que el exponente de la incógnita ha de ser 1. Puede ocurrir que la ecuación de primer grado sea una igualdad entre dos expresiones algebraicas complicadas y cada una de ellas se componga de sumas o restas de fracciones. Vamos a dar las normas para resolverlas y son las siguientes. Primera, conseguir que los dos miembros de la ecuación aparezcan como una única fracción. Para ello operaremos el primer miembro hasta conseguir que aparezca una única fracción haciendo lo mismo con el segundo miembro. Segunda, quitaremos los denominadores multiplicando el número de miembros que se han dividido en dos. Y la segunda, quitaremos los denominadores multiplicando el numerador del primer miembro por el denominador del segundo e igual.

al producto del denominador del primero por el numerador del segundo. Tercero, haremos todas las operaciones y reduciremos términos semejantes. Cuarta, escribiremos en el primer miembro todos los términos que tengan incógnita y en el segundo todos los términos en que sólo aparezcan números, reduciendo todos los términos semejantes. Y quinta, despejaremos la incógnita y así obtendremos la solución de la ecuación. Pasemos ahora a las ecuaciones de segundo grado. Esto indica que el exponente de la incógnita será 2 y la forma más sencilla de dicha ecuación es de la forma $ax^2 + bx + c = 0$. En la unidad tienen la fórmula para resolver dicha ecuación, pero haremos algunas observaciones. Se llama discriminante de la ecuación a la expresión $b^2 - 4ac$, que es lo que aparece dentro de la raíz en la fórmula de la solución.

Estudiando este discriminante, puedo averiguar si la ecuación tiene o no solución, ya que si el discriminante es mayor que cero, la raíz existe en el campo de los números reales y la ecuación tiene dos soluciones. Si el discriminante es menor que cero, la ecuación de segundo grado no tiene soluciones reales, ya que las raíces de los números negativos no tienen solución. Si el discriminante es cero, tiene una solución, pero doble. Deben

tener cuidado con esto, ya que no quiere decir que la ecuación tiene una sola solución, pues una ecuación de dos tiene dos soluciones. Lo que ocurre es que la solución la admite dos veces y, por tanto, las dos soluciones son iguales. Estas son las ecuaciones que tienen que estudiar ustedes, ya que las ecuaciones de grado superior a dos, a no ser algunas muy especiales, no tienen una forma sencilla de resolverse y se escapan de un curso elemental como este. Vamos a verlo. Vamos ahora a decir algo de sistemas.

y empecemos dando la definición, y así diremos que un sistema lo forman ecuaciones. Los sistemas que se estudian en este curso son normalmente sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas, que son los que se pueden resolver elementalmente aplicando uno de los tres procedimientos que se explican en sus unidades. Si intentamos resolver sistemas de más ecuaciones, estos procedimientos resultan algo costosos, y se resuelven normalmente por otros procedimientos que son objeto de estudio en unas matemáticas superiores. Lo único que queremos hacer constar es que si el sistema es de una ecuación de primer orden y otro de segundo orden, el procedimiento más sencillo es el método de sustitución. Para ello deben despejar una incógnita en la ecuación de primer grado, elevar esta al cuadrado y sustituirla en la ecuación de segundo grado. Con esto terminamos esta emisión de la serie de repaso. ¡Gracias por ver el video!

¡Suscríbete al canal! ¡Suscríbete al canal!