

... Matemáticas básicas, guión número 22, título Variaciones. Autor, el equipo docente de Matemáticas básicas. Fecha de emisión, 26 del 3 del 80. En la emisión de hoy y en las siguientes, vamos a introducir brevemente los conceptos básicos de la combinatoria. Como siempre, solo damos una idea general sobre estos temas, que deberán ustedes ampliar con el estudio de su libro de texto. Hoy estudiamos las variaciones, y en las próximas emisiones, veremos los temas de la combinatoria.

combinaciones y permutaciones. En primer lugar, vamos a recordar lo que era un conjunto totalmente ordenado. Si en un conjunto cualquiera definimos una relación de orden total, ¿qué significa esto respecto a los elementos del conjunto? Quiere decir que dados dos elementos cualesquiera del conjunto, podemos decir cuál es anterior al otro. Muy bien, consideremos ahora el conjunto formado por los elementos 1, 2, 3 y 4. Consideremos también un subconjunto de él totalmente ordenado. Por ejemplo, el formado por los elementos 1, 2 y 3. Como hemos dicho que este subconjunto está totalmente ordenado, el orden en que enunciemos los elementos será fundamental. Es decir,

No es lo mismo el conjunto formado por los elementos 1, 2 y 3 que el formado por los elementos 1, 3 y 2. O sea, no es lo mismo el número 123 que el número 132. ¿Podríamos formar otro subconjunto de tres elementos del conjunto de partida totalmente ordenado? Bueno, creo que es fácil. Por ejemplo, el conjunto formado por los elementos 2, 3 y 4 en este orden, es decir, el número 234. Ajá, en efecto. Igual que antes, al estar este conjunto totalmente ordenado, si cambiamos el orden de al menos un elemento, obtendremos otro conjunto distinto. Es decir, que si en lugar del subconjunto formado por 2, 3 y... Y 4. Consideramos el...

subconjunto 2, 4 y 3, estamos considerando otro subconjunto distinto de tres elementos, el número 243. ¿No es así? Así es, correcto. Consideremos ahora todos los subconjuntos posibles de tres elementos totalmente ordenados del conjunto de partida. 1, 2, 3, 4. Vemos que hay dos motivos que distinguen entre sí a cada uno de estos subconjuntos. ¿Podrían decirme cuáles son? Bien, yo creo que en primer lugar un subconjunto será distinto de otro cuando sus elementos sean distintos. Estupendo, muy bien. Esta era, por ejemplo, la diferencia entre el subconjunto 1, 2, 3 y el subconjunto 2, 3, 4. Estos subconjuntos no tienen los mismos elementos. ¿Cuál es la diferencia entre los subconjunto 2, 3 y 3, 4?

es la otra razón por la que dos subconjuntos son distintos? Creo que el otro motivo de diferencia entre dos subconjuntos es el orden entre sus elementos. Es decir, que dos subconjuntos totalmente ordenados, aun teniendo los mismos elementos, son distintos si el orden de estos es distinto. Exactamente. Esta era la razón por la cual el subconjunto 1, 2, 3 y el subconjunto 1, 3, 2 eran distintos. Entonces, dado el conjunto de partida formado por los cuatro elementos 1, 2, 3 y 4, si consideramos todos los subconjuntos posibles de tres elementos totalmente ordenados, diremos que hemos formado todas las variaciones posibles de tres elementos de entre los subconjuntos.

los cuatro elementos del conjunto de partida. Entonces, cada uno de estos subconjuntos, totalmente ordenado del conjunto de partida, es una variación, ¿no es así? En efecto. Vemos entonces que una variación será distinta de otra si sus elementos son distintos o si están colocados en distinto orden. Vamos a introducir ahora, de una forma más general, el concepto de variación. Consideremos un conjunto A formado por X elementos. En nuestro ejemplo, este conjunto A era el formado por los elementos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20. Y aquí tenemos 3 y 4. Es decir, el número de elementos X era...

4. Consideremos también un subconjunto B de A de I elementos. En nuestro ejemplo, I era igual a 3, ya que considerábamos subconjuntos de 3 elementos. Pues bien, si el conjunto B de I elementos está totalmente ordenado, hemos formado una variación de I elementos entre los X elementos del conjunto A de partida. Entonces, cada subconjunto de I elementos que difiera del B, bien en que sus elementos sean distintos o bien en que estén colocados en diferente orden, será una nueva variación de I elementos del conjunto de partida A de X elementos. ¿No es así? Exacto, exacto. Al número total de subconjuntos de I elementos totalmente ordenados,

ordenados que podemos formar a partir del conjunto A de X elemento, lo llamaremos número de variaciones de X elementos tomados de Y en Y. En el ejemplo que pusimos al comienzo de la emisión, en el que el conjunto de partida estaba formado por cuatro elementos, el 1, 2, 3 y 4, y definíamos subconjuntos de tres elementos, al número total de estos subconjuntos le llamaremos, según esto último que usted ha dicho, número de variaciones de cuatro elementos tomados de tres en tres. En efecto, parece que está entendido el concepto de variación y la nomenclatura empleada. De todas formas, creo

conveniente que veamos un nuevo ejemplo para terminar de aclarar las ideas. ¿Están de acuerdo? Me parece buena idea. Bueno, perfectamente. ¿Usted, señorita? Por favor, ¿podría poner un ejemplo no numérico? Un ejemplo no numérico. Bien.

Bien, consideremos un conjunto de cinco personas entre las cuales queremos repartir tres premios distintos. Veamos todas las formas posibles de repartir estos tres premios entre las cinco personas sin que ninguna reciba más de un premio a la vez. Como es natural, siempre habrá dos personas que se queden sin premio. Llamaremos a las personas A, B, C, D y E para distinguirlas entre sí y a los premios primero, segundo y tercero. ¿Podrían decirme una forma de reparto? Por ejemplo, a la persona A el primer premio, a la B el segundo y a la C el tercero. Bien, supongamos que hacemos un pequeño cambio en su ejemplo.

Y a la persona A le corresponde el segundo premio. A la B, el primero. Y a la C, el tercero. ¿Es esta forma de distribución distinta? Yo creo que sí. Pues aunque consideramos las mismas tres personas, A, B y C, el orden de distribución de los premios es distinto. Exacto. Usted ha dicho la palabra clave en este caso. El orden. Supongamos que a la persona a la cual le asignan el primer premio la ponemos en primer lugar. A la que tiene el segundo premio, en segundo lugar. Y en tercer lugar, a la persona premiada con el tercer premio. Por ejemplo, como en un pódium al final de una competición. En el primer caso, este orden será el A, B, C. Mientras que en el segundo será el B, A, C. Tenemos así dos subconjuntos del concepto.

de partida de las personas que difieren en el orden de sus elementos. Entonces estos dos subconjuntos están totalmente ordenados, ¿no es así? En efecto. Igualmente otra forma de reparto es asignar los premios a un grupo distinto de personas. Entonces, si consideramos todas las formas distintas de repartir los premios entre las personas y ordenamos los subconjuntos de las personas con premio según la categoría de los mismos, habremos formado todos los subconjuntos posibles ordenados de tres elementos del conjunto de partida, formado a su vez por cinco elementos. ¿Qué habremos conseguido entonces? Habremos obtenido todas las variaciones posibles de tres elementos en el conjunto de partida de cinco elementos. El número total de ellas será el número de variaciones de cinco elementos tomados de tres elementos.

en tres. Perfectamente. Podemos decir entonces que el número total de formas distintas de repartir tres premios distintos entre cinco personas es el número de variaciones de cinco elementos tomados de tres en tres. Bien, para terminar, vamos a ver muy brevemente un tipo de variación distinta de la anterior. En los ejemplos anteriormente expuestos, los subconjuntos totalmente ordenados del conjunto inicial, es decir, las variaciones, estaban formadas por elementos distintos entre sí. Esto quiere decir que no se repetía el mismo elemento una o más veces en un subconjunto dado. ¿Quiere usted decir con esto que, por ejemplo, en el caso de las personas y los premios, como cada persona recibía sólo un premio, los subconjuntos ordenados estaban formados por tres personas distintas? ¿No es así? En efecto, a este tipo de variación visto hasta ahora, le llamamos

llamaremos variación sin repetición. Supongamos ahora que no ponemos esta restricción de que en cada variación los elementos sean distintos y que permitimos que puedan repetirse. Es decir, consideramos sucesiones de elementos en las que se puede repetir alguno de estos. Siguiendo con el ejemplo anterior, sería el caso en el que las personas podrían recibir más de un premio a la vez. Exacto. Si, por ejemplo, a la persona A le asignamos los premios primero y segundo y a la persona B el tercero, la sucesión obtenida sería la AAB. Esta es una sucesión totalmente ordenada de tres elementos en la que se repite el elemento A. Es lo que llamamos una variación de tres elementos con repetición en el conjunto de partida de cinco elementos. Entonces, dado un conjunto de partida de X elementos, si queremos formar todas las variaciones de elementos en el conjunto de tres variaciones con repetición de Y elementos, formamos una variación de tres elementos.

todas las sucesiones posibles de i elementos totalmente ordenadas, pudiendo repetirse el mismo elemento más de una vez. No veremos más conceptos en este guión. En el próximo seguiremos con estos temas de combinatoria. Como siempre, le recordamos que amplíen estas ideas con el estudio de su libro de texto. Gracias por ver el video.