

AC 10 90

Hola, buenas noches, os damos la bienvenida al tiempo educativo y cultural del curso de acceso directo a la universidad para mayores de 25 años, el CAD. Hoy en el curso de acceso, matemáticas básicas, con el profesor Víctor Hernández Morales veremos los capítulos 10 y 11. Esta noche en matemáticas básicas estamos con el profesor Víctor Hernández Morales y vamos a abordar los capítulos 10 y 11.

El capítulo 10 nos habla del cálculo de probabilidades, hay leyes de necesidad física que se denominan leyes empíricas, en otros casos obedecen a una necesidad lógica. Frente a esta clase de fenómenos son frecuentes otros en los que la concurrencia de unas circunstancias fijas no prevén cuál será el efecto producido. En los últimos 100 años se han desarrollado las dos especialidades de la matemática que abordan este tipo de leyes no necesarias, el cálculo de probabilidades y la estadística.

En este capítulo hablaremos del cálculo de probabilidades. Buenas noches Víctor. Buenas noches.

¿Cuál es el concepto de probabilidad? Bueno probabilidad es la medida que usamos para razonar sobre lo incierto. La probabilidad es la medida de la certeza o de la seguridad o de la confianza si queremos que tenemos en que ocurra una cosa que puede o no ocurrir. En las mismas cuentas es una medida asociada a los acontecimientos que llamamos aleatorios, los acontecimientos que dejamos en manos del azar la determinación de su ocurrencia o no.

¿Y qué es el modelo matemático de los sucesos aleatorios de los que nos has hablado? Bueno casi, aunque hecho un poquito como probablemente esté descrito en el libro, se puede razonar de una manera más tranquila y más parsimoniosa, casi aquí como andamos escasos de tiempo pues vamos a directamente me gustaría plantear lo que entendemos como modelo matemático de esos mismos acontecimientos aleatorios, de esos acontecimientos que atribuimos al azar. Y ese modelo tiene dos partes, una es la representación, el simbolismo que trata de asemejarse a lo que tú decías, a los acontecimientos aleatorios que es lo que llamamos normalmente sucesos. Y la otra parte, la otra componente es a la que nos referíamos inicialmente, es la representación matemática de la probabilidad de la medida o confianza que tenemos en que ocurra cada uno de esos acontecimientos aleatorios.

Matemáticamente esto se transfiere de esta manera, los acontecimientos aleatorios en cierto modo los podemos definir por frases, frases que serán verdaderas o falsas según que el acontecimiento se dé o no. Esto parece muy complicado pero con un ejemplo se entiende en seguida. Si nosotros tenemos una baraja, la barajamos bien, movemos bien las cartas y levantamos la primera carta.

Esa carta puede ser un oro o puede que no sea un oro. Ser un oro en sí mismo es algo, es una frase, es una expresión literal, es una proposición si se quiere, que ya las estudiamos también

las proposiciones. Y podemos entender que esa proposición es verdadera si la carta que saquemos es un oro y que en otro caso será la proposición falsa.

Bueno, pues vistas así las cosas, esa proposición define algo que por otra parte también lo hemos estudiado, define un conjunto, un conjunto que estaría formado por aquellas cartas de la baraja para las cuales se cumple la proposición. Las cartas de la baraja que son oros. Bueno, pues empezando así de un concepto de algo que puede ocurrir o no, que la carta que levantemos sea un oro, hemos llegado a un conjunto y ese conjunto es al que le asociamos el término suceso y es en cierto modo, digamos, la representación matemática de eso que es, que tiene una naturaleza más intangible y que es ese acontecimiento aleatorio.

La carta que levante será oro o no lo será. Y en resumidas cuentas, vistas así las cosas, el modelo matemático de los acontecimientos aleatorios consiste en una familia de conjuntos que representan a las cosas que pueden suceder, a los sucesos, y una función que mide la facilidad con que esas cosas ocurren, que es la probabilidad. ¿Y cuál es el problema de asignar probabilidades? Bueno, el problema de asignar probabilidades es encontrar, es ya un problema de más de, digamos, de matemática práctica, de matemática aplicada.

Es el problema de encontrar la función de probabilidad que describe correctamente lo que encontramos en la realidad, lo que observamos en la realidad. Es decir, la probabilidad es algo real, o al menos así lo creo yo. Es decir, es un fenómeno que encuentro en la vida, encuentro en mi querer entender mi experiencia vital.

Entonces, de nada sirve que me ponga a razonar metido en una cueva sobre cuál será la probabilidad de que la carta sea un oro. Eso no depende de mi razonamiento, depende de hechos objetivos, depende, por ejemplo, de la composición de la baraja. En algunos casos, por, digamos, por las características geométricas o simétricas del problema, esa asignación, pues, se reduce a un simple recuento.

Pero en otros casos no puede ser así. Si alguien me pregunta cuál es la probabilidad de que un recién nacido resulte ser varón, pues yo puedo opinar que ante mi desconocimiento absoluto de esa probabilidad, pues es tan fácil que sea niño como que sea niña. Eso no es más que una opinión que dice poco del asunto.

Para averiguar de verdad cuál es la probabilidad de que un recién nacido resulte ser varón, lo que tenemos que hacer es mirar los censos de los últimos años y ver cuál es el porcentaje de recién nacidos que son varones y el porcentaje de recién nacidos que son niñas. De hecho, en la realidad se encuentra que la probabilidad de que un recién nacido sea varón no es un medio, no es 0,5, es mayor de 0,5. Ese mayor, ese 0,51 o 0,52, que es, digamos, el número correcto, la asignación correcta a la probabilidad de ese suceso, de ninguna manera, poniéndome a pensar, sería capaz de dar con él, porque no está promovido por ningún motivo de simetría en absoluto, sino por una ley de la naturaleza, la que sea.

Entonces, el problema de asignar probabilidades es un problema ya de verdadera matemática

aplicada. Consiste en mirar el mundo, en medirlo y después asociar las probabilidades adecuadas a los acontecimientos hacia los cuales estamos interesados. Y ya para acabar este capítulo, ¿nos podrías poner un ejemplo, para que nos sea más sencillo, de posibilidad condicionada? Bien, en cierto modo, podríamos pensar que todas las probabilidades son condicionadas, porque lo están a nuestro estado de conocer el fenómeno.

Por ejemplo, el caso en el que antes pensábamos, tenemos la baraja en nuestras manos, la hemos removido bien y vamos a levantar la primera carta. En ese momento, ¿qué sabemos nosotros de esa primera carta? Pues solamente sabemos que puede ser una cualquiera de las 40 cartas que componen la baraja. Estoy pensando en una baraja española.

Ahora, supongamos que lo que teníamos al principio entre las manos, no son todas las cartas de la baraja, sino exclusivamente las figuras. Las figuras, pues creo que se cuentan, por ejemplo, la sota, caballo, rey y el as. Por ejemplo, vamos a contar 4 por palo, 16 figuras.

Lo barajamos y nos volvemos a hacer la misma pregunta. ¿Cuál será la probabilidad de que la carta que está en la primera sea un oro? Al levantarla, encontremos que es un oro. Bueno, pues, ante este experimento y ante el primero, los dos experimentos reflejan distintos estados de nuestro conocimiento acerca del fenómeno.

En el primero de los experimentos, cuando lo que se barajaba eran todas las 40 cartas de la baraja, entonces la incertidumbre acerca de cuál podía ser la carta se refería al total de cartas. Era una cualquiera entre las 40. En el segundo caso, diríamos que puede ser una cualquiera entre las 16 que son figuras.

Bueno, pues, si nosotros hablamos, podemos preguntarnos por probabilidad de que sea oro la carta que se extraiga de la baraja toda, y probabilidad de que sea oro la carta que se extraiga del montoncito de las figuras. Pero esas dos probabilidades son probabilidades distintas. Hacen referencia a estados diferentes de nuestro conocimiento del experimento.

Normalmente, a la segunda probabilidad, a la probabilidad de que sea oro la carta que levantamos del montoncito de las figuras, se le suele llamar probabilidad de que sea oro condicionado a que es figura, porque sabemos que con seguridad es figura. Sabemos que ese condicionado refleja el estado de nuestro saber. Sabemos que la carta se va a elegir no del conjunto todo de las cartas, sino de una parte, de la parte de las figuras.

Y, en general, el concepto de condicionamiento es exactamente este. Es probabilidad de que algo ocurra cuando sabemos que otro hecho se ha dado. Es decir, cuando nuestro conocimiento no es nuestro, o si se quiere, nuestro desconocimiento del experimento, del resultado del experimento, no es absoluto.

Tenemos una pequeña información adicional de que algo ha ocurrido. Ese algo es lo que condiciona. Bien, pues podemos pasar, si te parece, al capítulo 11.

Entre todas las ciencias matemáticas, quizá sea la estadística la que mejor refleja las

preocupaciones y los intereses del hombre de hoy. En el siglo pasado se entendió que la estadística era la ciencia del estado. Hoy la aplicación de la estadística es universal.

Hay dos conceptos, el de población y el de muestra, que quizá nos podrías aclarar para empezar este tema. Sí, son un poquito casi los... El de población es un concepto, digamos, primero de la estadística. Las poblaciones simplemente son, como todos los conceptos primeros, un tanto difusos.

Población es el colectivo total sobre el que estamos interesados en adquirir información. Población puede ser casi cualquier cosa. Puede ser, como decías tú, la estadística viene de estado.

Entonces, en su origen, sus problemas se referían a las poblaciones humanas. De ahí el nombre. Y población, por consiguiente, en determinados problemas estadísticos, pues puede ser, puede coincidir con una población humana.

Si nosotros estamos interesados en averiguar la mortalidad por accidente de motocicleta en la provincia de Madrid, pues población son los habitantes, las personas que viven en la provincia de Madrid. Sin embargo, pues como decías Isabel, la estadística ha rebasado este ámbito de limitarse a estudiar exclusivamente estos problemas tan, tan humanos. Y estudia otros problemas, también humanos, pero en otras vertientes.

Por ejemplo, si estamos estudiando la resistencia de determinado insecto a un tratamiento con un insecticida, pues población son los insectos de la categoría que desean. Por ejemplo, pues población pueden ser los insectos que hemos criado en el laboratorio para hacer la prueba, o los insectos que se han criado ellos solos en el monte que sea donde se va a hacer la prueba. En resumidas cuentas, población, en ese caso, estaría constituida por algo que denominaríamos individuos, pero son insectos.

Y estaría constituida por el conjunto de los insectos a los cuales se les va a aplicar la prueba que sea, bien en el laboratorio, bien en el monte, bien donde sea, bien en una serie de ramas que se recolecten en el campo, qué sé yo. ¿Y muestra? Y muestra, pues responde a un, es simplemente una parte de esa población. El problema de la inferencia estadística consiste en tratar de averiguar cosas de la población toda sin necesidad de estudiar todos los individuos.

Esto se hace a través del análisis de una parte pequeña o relativamente pequeña de esa población. Y esa parte que se analiza es lo que se llama muestra. ¿Qué son las variables estadísticas y cuáles son sus clases? Pues las variables estadísticas, como pasa con poblaciones, es otro concepto también muy general que lo quiere representar casi todo y por eso solamente te lo puedo definir de una manera un poco vaga.

Variable estadística, pues es cualquier magnitud o cualidad de los individuos de la población sobre las cuales yo esté interesado. Puede ser su religión, puede ser su color del pelo, puede ser su altura, su peso. Estoy un poco pensando en características, digamos, de hombres, un

poco antropológicas.

O puede ser el número de días que va a sobrevivir el insecto al tratamiento con el insecticida. ¿Y las frecuencias? Las frecuencias, pues es simplemente lo que normalmente entendemos por frecuencias, el número de veces que aparece repetida la observación que sea, o mejor dicho, el valor determinado que sea de una variable estadística. ¿Y cómo se representan gráficamente? Pues así dicho, a través de las ondas parece un poco complicado decirlo, sí.

Bien, pero bueno, todos estamos ya muy acostumbrados a ver estas representaciones gráficas que sirven para ilustrarnos las frecuencias. Por ejemplo, pues una representación muy común es la que llamamos histogramas, que hace uso de unas barras o rectángulos, de manera que el área del rectángulo es proporcional a la frecuencia del valor de la variable o de una clase. Aquí hay un concepto que, en fin, sobre el que no me voy a extender un poco más, que va un poco más allá de la modalidad o valor que puede tomar una variable, y es el concepto de clase, que diríamos es un intervalo de valores posibles de la variable estadística.

Bien, y la media aritmética o el valor medio, ¿cómo se puede hallar? Pues la mejor forma de hallarlo es mediante la calculadora. La más fácil. Sí, vamos, y mi consejo es que se haga mediante la calculadora.

La media aritmética es simplemente la suma de, ya refiriéndonos a variables estadísticas, que son cuantitativas, claro está, no tiene sentido hablar de, si la variable estadística que tomamos en consideración es el color del pelo, esa variable toma modalidades, o a veces hablamos también de valores, aunque parece un poco más impropio hablar de valores. Esas modalidades pues serían, pues qué sé yo, rubio, castaño, moreno, en fin, las distintas clases de cualidades, de características que puede presentar esa variable, según nos haya convenido así diferenciarlas. Y es evidente que de esos valores o modalidades que puede presentar esa variable estadística, no pueden hacerse cálculos aritméticos, no tiene sentido hablar del color medio de la población.

Ojo, cuando el color de la población se mida, como yo lo estoy diciendo ahora, porque puede ser que el color del pelo de la población se mida mediante cosas más objetivas. Por ejemplo, pues qué sé yo, usando el porcentaje de melanina que hay en el tejido de sus cabellos. Entonces sí, de manera que para esta clase de variables que son cualitativas, pues no tiene sentido.

Si son cuantitativas las variables estadísticas que estamos considerando, entonces tiene sentido hacer operaciones aritméticas con sus valores. Por ejemplo, la variable peso de los individuos, y tiene sentido hablar de eso, de la media aritmética de esos valores, que es simplemente la suma de todos los valores que se presenten, dividido por el número de observaciones. Y respecto del cálculo, vuelvo a insistir, que la mejor forma de calcularlo es coger la calculadora y hacer la cuentecilla.

Y hasta aquí se ha estudiado una única variable, pero ¿qué ocurre si consideramos dos? Sí,

vamos, en esta introducción a los conceptos estadísticos se empieza, por lo más simple, definiendo términos a partir de la consideración de una única variable estadística. Pero, naturalmente, los problemas verdaderamente interesantes empiezan cuando simultáneamente se analiza una o varias variables estadísticas. Porque lo normal es que esta clase de análisis busquen establecer una cierta relación entre las variables.

Esto lo podemos entender bien con un ejemplo muy simple, como puede ser otra vez, ¿qué relación puede existir entre el peso y la altura de una persona? Pues es claro que no esperamos que haya ninguna relación, digamos, de tipo funcional, de tipo relación de tipo estricto, como las relaciones que estudia la matemática, diríamos, convencional. Relaciones como, por ejemplo, las que se encuentran en la física. Un físico encuentra una relación estricta, si, por ejemplo, lanza un cuerpo desde una altura determinada, pues es capaz de encontrar una relación estricta entre la altura del cuerpo sobre la Tierra y la velocidad que tiene en ese momento.

De manera que él sabe, con una precisión muy muy grande, en cada momento, para cada valor de la altura a la que se encuentra el cuerpo, puede saber, insisto, con gran exactitud, cuál es la velocidad que tiene. Sin embargo, este tipo de relaciones nos parece que en otros casos no tiene ni sentido plantearse el encontrarlas. Nos parece que sería totalmente banal tratar de relacionar el peso y la altura de las personas, de suerte que cuando alguien nos dijera, fulano mide 1,75, nosotros fuéramos capaces de decir con exactitud cuánto pesa fulano.

Sin embargo, intuimos que hay una cierta relación entre esas variables. Una relación de manera que, por ejemplo, nos parece natural pensar, si alguien nos dice, pues fulano pesa 2,10 metros, nos parece más natural pensar que fulano pesa, pues qué sé yo, más de 50 kilos, que pensar que pesa menos de 50 kilos. En resumidas cuentas, intuimos que entre esas dos variables, aunque no sea posible precisar con exactitud una conocida a la otra, sin embargo es posible afinar nuestro pronóstico de una conocida a la otra.

Insisto, si alguien me dice que fulano mide 2 metros y pico, yo no apostaría, por decirlo así, porque fulano pesa 50 kilos. Tiendo a pensar que ese señor es más pesado, incluso digamos que la media de la población, porque intuyo que hay una relación positiva, una relación de suerte que al crecer la altura de las personas, tiende a ser más pesada esa persona, sin que esto no impida que haya un señor que sea muy alto y muy delgadito. Y ya para acabar con este tema 11, nos podrías explicar, aunque sea brevemente, lo que es la covarianza y el coeficiente de correlación.

Pues justamente estábamos casi en ello cuando me lo preguntaste. Es decir, el razonamiento anterior me conduce a estos dos conceptos. Lo primero que yo, en ese intento, digamos, de estudiar esa asociación, esa relación no matemática entre dos magnitudes, que denomino asociación estadística, estábamos hablando del peso y de la altura, pues la primera magnitud que se revela muy positiva para ese estudio es la covarianza.

Es la magnitud que mide la covariación conjunta de esas dos variables, la manera de variar

conjuntamente. Y la covarianza pues se define de una manera, digamos, es lo análogo a la varianza, pero al considerar las dos variables simultáneamente. Es el promedio de las diferencias respecto de los productos, de las diferencias respecto de la media de cada una de las variables.

Y a partir de la covarianza, la covarianza pues, digamos, está influida de un vicio que es ser una magnitud, un coeficiente que depende de la medida que estemos usando para, de la medida, de la unidad de medida, eso es lo que quería decir, de la unidad de medida que esté usando para medir la magnitud en cuestión. Quiero decir que si yo estoy estudiando la altura de las personas y los mido en metros, obtendré una covarianza. Y si los mido en centímetros, por ejemplo, el centímetro es 100 veces más pequeño que el metro, pues obtendré una covarianza 10.000 veces mayor, igual, pero 10.000 veces mayor que la anterior.

Ese es un inconveniente a la hora de establecer comparaciones entre covarianzas. Es preferible disponer de un coeficiente que no dependa de la unidad de medida. Y por eso se buscan coeficientes, por ejemplo, como el coeficiente de correlación, que, insisto, pues es un poco el patrón a la hora de medir la asociación estadística, bueno, es asociación de un tipo concreto, pero bueno, la asociación estadística entre dos magnitudes.

Bien, pues ya solamente nos queda un programa el próximo mes de mayo en el que hablaremos del tema 12 y también del examen final. ¿Quiere recomendar algo a los alumnos? Sí, como todos los años, lo que me gustaría es decirles que nosotros desde luego estamos a su disposición en cuanto a mostrarles un ejemplar de lo que puede ser el examen final y no solamente, digamos, para que puedan ver la dificultad o facilidad de las preguntas, sino también para que se familiaricen con el impreso que van a tener que cumplimentar a la hora del examen. De manera que aquellos que tengan interés en conseguir este ejemplar, pues simplemente no tienen nada más que escribirme mis señas son Víctor Hernández, Departamento de Estadística, Facultad de Ciencias, Paseo, Senda del Rey, Sin Número, 28040, Madrid.

Una simple carta, por favor pongan sus señas y el código postal en la carta, no lo pongan solamente en el sobre, porque a veces pues se abre la carta y se tira el sobre y así alguno se quedará sin recibir su ejemplar. Pues ya digo, simplemente una tarjeta o una cartita breve diciendo, muy señor mío haga el favor de mandarme el examen a estas señas y nosotros con mucho gusto se lo remitiremos. Pues muy bien, ya nos despedimos, nos veremos en el próximo programa.

Buenas noches. Buenas noches Isabel. El curso de acceso ha sido el último programa de la UNED en el día de hoy.

Antes de terminar un avance de la programación de mañana jueves 22 de abril. Comenzaremos a nuestra hora habitual ocho y media de la noche, siete y media en la Comunidad Canaria con Psicología Hoy. Continuaremos con matrícula abierta.

A las nueve y cuarto la revista de Ciencias de la Educación. Acabaremos con el curso de acceso y la asignatura Matemáticas Especiales. Mañana pues volveremos a encontrarnos aquí en Radio 1 FM de Radio Nacional de España.

Nada más por hoy, muy buenas noches.