

AC 04 80

Los sábados de 11 y 10 a 12 de la noche, y los domingos de 11 menos cuarto de la noche a 12 horas, sintonizan el curso de acceso directo a la universidad en Radio 3 de Radio Nacional de España. Un programa dirigido a nuestros alumnos y también a aquellos interesados en la cultura universitaria. Todas las áreas del conocimiento están presentes, el derecho o las matemáticas, los idiomas o la psicología.

Acompáñenos, le esperamos. Continuamos en el tiempo del curso de acceso con física. Nos acompañan esta noche los profesores Carlos Antorán, muy buenas noches y bienvenido, Isabel, buenas noches, Cristina Santa Marta, buenas noches, y el profesor Norberto Malpica, que esta noche se incorpora a nuestros programas de física, muy buenas noches también.

Vamos a hablar esta noche de oscilaciones y de electricidad, pero para que sepamos muy bien qué temas vamos a tocar, pues el profesor Antorán nos va a explicar un poco qué es lo que compone la materia de esta noche. De esta noche tenemos, en primer lugar, vamos a explicar lo que son las oscilaciones, movimientos armónicos simples, más tarde campos eléctricos y fuerzas eléctricas, vamos a acabar luego con la electrostática, corriente eléctrica y circuitos. Bien, pues manos a la obra, vamos a empezar, porque hay mucho tema, es un programa denso esta noche, y vamos a empezar hablando de oscilaciones.

Profesora Santa Marta, ¿cuáles son las características del movimiento oscilatorio? Bien, primero decir que este capítulo está en el capítulo 15 del Tipler, y después podemos decir que la característica más destacada del movimiento oscilatorio es que es un movimiento que se repite en el tiempo. Ejemplos cotidianos son el péndulo de un reloj, o la prueba de un barco amarrado a un muelle. Bien, y con más precisión, ¿cuándo se produce un movimiento oscilatorio? Si se tiene un cuerpo en equilibrio estable, y mediante la aplicación de una fuerza se le desplaza ligeramente de la posición de equilibrio, el tipo de movimiento que describe el cuerpo será un movimiento oscilatorio.

Por ejemplo, una masa colgando de un muelle. Si no actúa ninguna fuerza externa, la bola permanece en reposo. Si se estira un poco el muelle y se aleja ligeramente la bola de la posición de equilibrio, ésta comienza a describir un movimiento armónico, es decir, la bola oscila.

Si la fuerza recuperadora es proporcional al desplazamiento, se dice que tenemos un movimiento armónico simple. Esta condición se da casi siempre que el desplazamiento respecto al equilibrio es un desplazamiento pequeño. ¿Y qué variables son las que hay que introducir para describir un movimiento armónico simple? Hay que introducir dos variables nuevas, la amplitud y el periodo.

La amplitud se define como el desplazamiento máximo respecto a la posición de equilibrio, y su unidad de medida es metros en el sistema internacional. El periodo es el tiempo que dura cada

repetición del movimiento, se mide en segundos. Se puede definir también la frecuencia como la inversa del periodo, la frecuencia de idea de la rapidez con la que se efectúa cada repetición del movimiento.

Hay frecuencias que utilizamos cotidianamente sin darnos cuenta. Por ejemplo, un disco que gira 45 revoluciones por minuto es una frecuencia. En un minuto ha efectuado 45 repeticiones del movimiento.

Ahora que ya hemos visto las variables, ¿cómo son las ecuaciones que describen el movimiento oscilatorio? Como es un movimiento periódico, la posición de un objeto viene dada en función de un coseno o de un seno, que son funciones periódicas por excelencia. La posición se define como la amplitud por el coseno de la frecuencia por el tiempo. La velocidad será la derivada de la posición respecto al tiempo, y la aceleración a su vez la derivada de la velocidad respecto al tiempo.

Entonces de aquí se saca una consecuencia importante. La velocidad y la aceleración tienen signo negativo, es decir, se oponen al movimiento. Cuando la partícula se aleja de su posición de equilibrio, hay siempre una fuerza recuperadora que tira de ella para devolverla a la posición de equilibrio.

El ejemplo más claro es el de un muelle, cuya fuerza recuperadora viene dada por la ley de Hooke, ya conocida por todos. La ley de Hooke dice que la fuerza es igual a menos k por x , donde k es la constante de recuperación del muelle. Entonces siempre que haya una aceleración proporcional al desplazamiento y con sentido opuesto, hay un movimiento armónico simple.

Los problemas más clásicos asociados al movimiento armónico simple son los de masas unidas a resortes, en los que se puede pedir hallar la constante del muelle, el periodo o la amplitud de la oscilación. Bien, antes se ha comentado como ejemplo de la frecuencia la de un disco que gira 45 revoluciones por minuto. Entonces, si un disco que gira describe un movimiento armónico simple... Efectivamente, un movimiento circular con velocidad constante también se puede describir con las mismas ecuaciones del movimiento armónico simple.

Del capítulo 8 de la rotación sabemos que la velocidad angular y la lineal se relacionan mediante el radio del círculo que describe el cuerpo. Y del primer capítulo de mecánica sabemos que un movimiento con velocidad constante cumple que la velocidad es igual al espacio partido por el tiempo. De aquí se puede relacionar el periodo con la velocidad angular, que aquí también se puede llamar frecuencia angular.

La frecuencia se puede dar en revoluciones por minuto, teniendo en cuenta que la revolución es una unidad adimensional. La frecuencia angular siempre se da en radianes por segundo, teniendo en cuenta que los radianes también es una unidad adimensional. Los problemas de esta parte suelen ser de partículas sobre un disco de las que se pide hallar la velocidad lineal, la velocidad angular, la frecuencia o el periodo.

Por analogía con lo estudiado hasta ahora, ¿también se podrán definir entonces la energía cinética y la potencial para el movimiento armónico simple? Así es. Además, una característica esencial del movimiento armónico simple es que la energía total de un objeto que oscila con un movimiento armónico simple es proporcional al cuadrado de la amplitud. La energía potencial de un objeto unido a un resorte es, como ya sabíamos de antes, un medio de kx cuadrado, y la energía cinética es, como siempre, un medio de la masa por la velocidad al cuadrado.

Entonces hay que tener en cuenta que x es el desplazamiento de la posición de equilibrio. Cuando el objeto pasa por la posición de equilibrio su energía potencial es cero y su energía cinética es máxima, puesto que en ese momento posee la máxima velocidad. Según se aleja de la posición de equilibrio va perdiendo velocidad.

Entonces disminuye la energía cinética y aumenta la energía potencial hasta que el cuerpo se para. En ese momento la energía potencial es máxima y la energía cinética es cero, y el cuerpo retorna de nuevo hasta la posición de equilibrio. Por supuesto, esto hace que se cumpla el principio de conservación de la energía.

Bien, hemos visto un cuerpo colgando de un resorte y un disco que gira como ejemplos de movimiento armónico simple. ¿Qué se puede decir de un péndulo? Los péndulos también describen un movimiento armónico simple cuando la amplitud del movimiento es muy pequeña. Un péndulo está formado simplemente por un hilo sujeto a un punto fijo y una masa o lenteja que cuelga de él.

Las fuerzas que se ejercen sobre la lenteja son su propio peso y la tensión del hilo. Si se tira la lenteja y se la separa ligeramente de su posición de equilibrio formando un pequeño ángulo, aparece una componente de la tensión proyectada sobre el eje x . Esa componente de la tensión es la que hace que la lenteja vuelva a su posición de equilibrio y se describa un movimiento armónico simple. De aquí es importante saber que el periodo del movimiento del péndulo es proporcional a la longitud del hilo y a la aceleración de la gravedad.

Por tanto, con un cronómetro se puede medir el periodo de un péndulo con una longitud de hilo conocida y medir así la aceleración de la gravedad. Es un experimento que recomiendo a los alumnos para que lo hagan en casa. ¿Cómo podemos resumir este tema, este primer tema que hemos visto en el programa de esta noche de oscilaciones? Pues para resumir, un movimiento armónico simple es un movimiento que se repite en el tiempo y que viene caracterizado por la frecuencia y por la amplitud del movimiento.

Las ecuaciones del movimiento se expresan siempre en función de senos y de cosenos, que son funciones periódicas. La energía de un movimiento armónico simple es siempre proporcional a la amplitud al cuadrado y describe en movimientos armónicos simples un cuerpo colgando de un muelle, un objeto sobre un disco que gira o un péndulo simple. En general, cualquier partícula que se desplaza ligeramente de su posición de equilibrio estable describe un movimiento armónico simple.

Bien, vamos a pasar al segundo tema, el segundo tema que trata de campo eléctrico y fuerza eléctrica. Es así, ¿verdad? Efectivamente. Este tema lo pueden seguir por el capítulo 18 del libro de Tipler.

Entonces, para empezar, los conceptos de campo y de carga son difíciles de definir. A través de muchos experimentos a lo largo del tiempo se ha detectado la existencia de carga. Hay carga positiva y carga negativa.

Se considera siempre por convenio que el electrón tiene carga negativa y que el protón tiene carga positiva. El electrón y el protón tienen la misma cantidad de carga, pero de signos contrarios. Es lo que se denomina carga elemental.

Cualquier cuerpo cargado va a tener una carga que es un múltiplo entero de la carga del electrón. Cuando un cuerpo se carga positivamente es porque experimenta una fuga de electrones hacia otro cuerpo que esté en contacto eléctrico con él. Si el cuerpo se carga negativamente es porque tiene un aporte de electrones desde otro cuerpo en contacto eléctrico con él.

Aunque haya traspaso de cargas entre cuerpos, la carga total es siempre la misma. Esto se puede denunciar como el principio de conservación de la carga que descubrió Franklin a mediados del siglo XVIII. ¿Qué consecuencias tiene que haya cargas de distintos signos? Pues la consecuencia más inmediata es la aparición de unas fuerzas entre las cargas.

Esta fuerza es equivalente a la fuerza gravitatoria, con la particularidad de que en el caso eléctrico no hay solo fuerzas atractivas, también existen fuerzas repulsivas. Entre dos cargas de mismo signo la fuerza repulsiva y entre dos cargas de distintos signos es atractiva. La fuerza que se ejerce entre dos cargas es siempre proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.

Esta es la ley de Coulomb. Es muy importante saber que la fuerza se ejerce siempre a lo largo de la línea imaginaria que une las dos cargas y que la fuerza es una magnitud vectorial, es decir, que tiene dirección y sentido. ¿Cómo se calcula la fuerza en el caso de tener más de dos cargas? Es fácil porque para calcular la fuerza ejercida sobre una carga por un sistema de cargas hay simplemente que calcular la fuerza ejercida individualmente por cada carga sobre nuestra carga problema y luego sumar vectorialmente todas las fuerzas que se han calculado.

Entonces una pregunta que puede surgir inmediatamente es ¿a través de qué medio se transmite la fuerza eléctrica? Las fuerzas vistas hasta ahora se transmitían a través de un hilo o por contacto con un cuerpo o con otro. Las fuerzas eléctricas se dice que actúan a distancia. Este pequeño misterio dio pie a la teoría del éter.

Se suponía que el espacio estaba relleno de éter y que este era el medio que soportaba las fuerzas. Modernamente se ha desarrollado el concepto de campo. El campo es difícil de definir.

Es un concepto un poco abstracto. Se puede ver como una deformación del espacio que rodea

una carga. Es una deformación en sentido eléctrico que sólo ve otra carga.

Si introducimos una carga de prueba en el espacio deformado por otra carga, el campo eléctrico que ve la carga prueba se define como la fuerza que experimenta esta carga prueba dividida por su propio valor de la carga. ¿Qué implica que el campo sea la fuerza dividida por la carga? Quiere decir que el campo disminuye también con el cuadrado de la distancia, al igual que la fuerza. Es decir, que en puntos alejados de la carga origen, el campo va a ser muy débil.

E implica también que como la fuerza, el campo es una magnitud vectorial que tiene dirección y sentido. La dirección y el sentido del campo se representan mediante líneas de fuerza. Las líneas de fuerza de una carga son como rayos que tienen su origen en la carga.

Las líneas apuntan hacia las cargas negativas y van hacia afuera en el caso de las cargas positivas. El campo eléctrico es siempre tangencial a las líneas de fuerza. Cuando se aproximan suficientemente dos cargas, estas líneas de fuerza se deforman.

Cuanto más apretadas estén, más intenso es el campo. Dos líneas de fuerza no pueden cortarse nunca, es algo que hay que recordar. El campo que experimenta una carga en un sistema de cargas se calcula del mismo modo que hicimos con la fuerza.

Es la suma vectorial de los campos creados individualmente por cada una de las cargas que forman el sistema. ¿Un pequeño resumen de este tema? Pues para resumir decidiremos que la carga en la naturaleza está cuantizada, es decir, la carga es siempre un múltiplo de la carga del electrón. La fuerza eléctrica se transmite a través del campo eléctrico y tiene una expresión análoga a la de la fuerza gravitatoria.

Y el campo es un concepto un tanto abstracto que se define como la fuerza que experimenta una carga en un punto del espacio dividida por el valor de la propia carga. Tanto la fuerza como el campo son magnitudes vectoriales. Pues bien, continuamos y continuamos con otro tema, con el estereotática.

Y continuamos con el profesor Norberto Malpica. Con el tema anterior hemos visto el concepto de campo eléctrico. ¿Podemos definir también el potencial eléctrico? Sí, como bien dices, en el tema anterior hemos visto el concepto de campo eléctrico y hemos estudiado cómo se puede calcular en todos los puntos del espacio.

Al igual que en otros campos, como el gravitatorio, tiene asociado una energía potencial a cualquier campo y también el concepto de potencial aparece también aquí. Al haber una carga, un campo de fuerzas, para mover una carga a través de ese campo debemos realizar un trabajo. El potencial es justamente el trabajo que debemos realizar por unidad de carga.

Es decir, una carga de valor incolombio necesitaría un trabajo igual a ese potencial. La referencia de potencial se puede elegir en el punto que queramos. Generalmente se elige en un punto alejado infinito a la carga que genera el campo.

La unidad de este potencial es el voltio y es un julio partido por un colombio, ya que el colombio es la unidad de carga. La unidad de campo eléctrico, como vimos, era el newton por colombio. Ya hemos visto otros campos en temas anteriores.

¿El concepto es el mismo? Sí, se estudió el campo gravitatorio en mecánica y es conceptualmente similar a este. Es interesante, por ejemplo, calcular si tenemos dos protones o dos electrones cercanos. Entre ellos hay dos fuerzas, tanto la fuerza eléctrica como la fuerza gravitatoria.

Es interesante calcular las fuerzas que se ejercen y ver que son de órdenes de magnitud bastante distintos, pero aparecen las dos. En el caso de una carga puntual, situada en el origen de potencial, se puede calcular el campo eléctrico que genera y así también el potencial, que es inversamente proporcional a la distancia de esa carga, tomando como referencia, como hemos dicho, el potencial cero a una distancia infinita de la carga. En este tema aparece ya el primero de los dispositivos que componen los circuitos.

Sí, efectivamente. En este tema aparece el primero de varios dispositivos que estudiaremos, que son el condensador, la resistencia y las bobinas, que se estudiarán a lo largo de los siguientes temas. En este tema aparece el condensador como primer dispositivo.

Es simplemente un dispositivo que permite almacenar carga y energía. Es decir, tenemos dos armaduras que las situamos a una cierta distancia y almacenan una carga. La carga que almacenan es proporcional a la diferencia de potencial que situemos entre ambas armaduras y un factor de proporcionalidad entre ellas aparece nuevo, que es la capacidad, que se escribe como C normalmente.

Esta capacidad es proporcional al área de las armaduras e inversamente proporcional a la distancia entre ellas. Hay una serie de materiales que son no conductores, que se denominan dieléctricos, es decir, que no permiten que circule la corriente por ellos. Si situamos un material de estos entre las armaduras de un condensador, podemos cambiar la capacidad de este.

Es más, la capacidad aumenta en un cierto factor K dependiendo de qué dieléctrico utilicemos. Esto es muy útil, ya que, como hemos visto, son inversamente proporcionales las capacidades a la distancia entre las armaduras, con lo cual interesa tener una distancia lo más pequeña posible. Con un dieléctrico conseguimos tener una distancia muy pequeña sin que se toquen y, además, aumentamos la capacidad en un factor K . Para acabar el tema, se analiza también el efecto de conectar varios condensadores en un circuito, todos juntos.

Se pueden conectar de dos modos, bien en paralelo, si unimos las armaduras de igual signo unas con otras, es decir, todas las armaduras positivas y las armaduras negativas, o en serie, si unimos las armaduras de distinto signo unas con otras. La capacidad equivalente, en el caso de paralelo, es simplemente la suma de las capacidades de todos los condensadores y, en el caso de condensadores en serie, habría que trabajar con las inversas, las capacidades inversas, para obtener la capacidad equivalente. Pero ¿cómo almacenan energía los condensadores? Sí, la

energía electrostática almacenada podemos considerar que está almacenada en el campo eléctrico en el condensador y es proporcional al cuadrado de la diferencia de potencial que hay entre las armaduras del condensador.

Vamos a pasar al siguiente tema, corriente eléctrica y circuitos, y tenemos que empezar con una pregunta quizá obvia, ¿pero qué es la corriente eléctrica? Sí, como ya se comentó, en los materiales conductores los electrones pueden fluir libremente, es decir, si aplicamos una diferencia de potencial en ese material, los electrones se mueven y generan una corriente. Se introduce el concepto de corriente eléctrica para definir esto, que es la circulación de carga por un punto del espacio. Su sentido es el del movimiento de las cargas positivas, aunque lo que se mueven generalmente son los electrones, luego es realmente contrario al movimiento de los electrones.

Algunos hilos conductores conducen más corriente que otros, dependiendo del material, con una misma caída de tensión en los bordes. Esta propiedad se define con un parámetro nuevo denominado resistencia, similar a la capacidad para los condensadores, y así la corriente que circula por un material es inversamente proporcional a su resistencia. La resistencia de un hilo es proporcional a su longitud e inversamente proporcional al área de su sección recta.

¿Y se pueden asociar varias resistencias? Sí, al igual que en el caso de los condensadores, es interesante estudiar el resultado de asociar varias resistencias en serie o en paralelo, definiendo serie o en paralelo del mismo modo que en el caso de los condensadores. En este caso, las resistencias se suman al colocarlas en serie, al contrario que pasaba con los condensadores, que eran en paralelo cuando se sumaban directamente sus capacidades. Así, la resistencia equivalente de una serie de resistencias colocadas en serie sería la suma de todas ellas.

¿En este tema aparecen ya los circuitos eléctricos? Sí, la segunda parte del tema, a partir de aquí, entra por primera vez en el concepto de circuito eléctrico, que es simplemente el resultado de unir algún dispositivo que suministra energía, como un generador de fuerza automotriz, y una o más resistencias donde la potencia generada se disipa. La potencia disipada en una resistencia es el producto de la corriente que circula por ella y la caída de potencial que se produce. Al conectar varios dispositivos, ¿cómo se analiza todo el sistema? Sí, puede parecer complicado, pero los circuitos complejos, con diversas ramificaciones, resistencias y algún generador o más, se analizan empleando las llamadas leyes de Kirchhoff, que son bastante intuitivas.

Son dos, y la primera indica que en un bucle cerrado, si nos movemos por un bucle cerrado, la suma de las caídas de potencial debe ser igual a la suma de los aumentos, es decir, debemos llegar al mismo punto con el mismo potencial. Y por otro lado, en cuanto a las ramificaciones, en un punto donde la corriente se divide, toda la corriente que llega a una ramificación debe ser igual a la que sale. Aplicando estas dos reglas a los bucles y a los nudos del circuito, podemos calcular fácilmente el valor de la intensidad que circula por todas las resistencias.

Esto da lugar a bastantes problemas, bastantes parecidos de hacer, y simplemente hay que aplicar las leyes de Kirchhoff. ¿Y qué ocurre si unimos un condensador y una resistencia? Sí, hasta aquí los circuitos que hemos analizado son con muchas resistencias y generadores. Si colocamos un condensador, como vimos, los condensadores son dispositivos que almacenan carga.

Entonces obtenemos lo que se denomina un circuito RC, es decir, que tiene resistencias y condensadores. Si colocamos, por ejemplo, un condensador y una resistencia, un condensador cargado, el condensador se va descargando a través de la resistencia y va bajando la intensidad que circula por la resistencia. Del mismo modo, si colocamos un generador de fuerza electromotriz con un condensador, el condensador se irá cargando y la intensidad del circuito irá aumentando hasta que se caiga del todo el condensador y la intensidad será constante.

Aparece un factor de tiempo, que es el tiempo que tarda en subir la intensidad o en bajar hasta su valor constante, que es proporcional a RC , es decir, al valor de la resistencia y al valor de la capacidad del condensador que ponemos en el circuito. Bien, en nuestro programa esta noche hemos hablado de oscilaciones, de campos y fuerzas eléctricas, de electrostática, de corriente eléctrica y de circuitos. Y a mí me gustaría, pues, acabar el programa, nos quedan todavía unos minutos, pues, siempre repetimos quizá estas preguntas, pero es muy conveniente y en todos los programas, porque el alumno está interesado.

Una es, muy brevemente, recordar algo del examen y otra, por supuesto, cuál es el método de trabajo a seguir, sobre todo ahora, porque ya estamos en el mes de marzo y va quedando menos. Podemos empezar, quizá, por este método de trabajo y estudio, cómo hay que abordar estos temas. Estos y otros, supongo.

Pues, al igual que yo creo que en todos los programas, siempre decimos lo mismo, yo empezaría por una lectura suave, suave me refiero a ir leyendo como si fuera una novela el libro, eso es posible, y intentar entender los conceptos más simples. A partir de ahí, la respuesta está en resolver aquellos ejercicios propuestos y resueltos dentro del libro, que tiene bastantes, de manera a ver si sabemos o no sabemos lo que nos piden. No siempre una lectura suave, una lectura de un libro, no se llega a comprender hasta nos hacen ciertos problemas.

La primera cosa a hacer son los problemas que están resueltos. Una vez que superamos las primeras pruebas, esos primeros escollos, pasamos a resolver los problemas que no están resueltos en el libro, o sea, donde tenemos un resultado final, que son los impares, si no me equivoco. Y luego yo terminaría haciendo un estudio, una lectura de nuevo en profundidad de todos aquellos resúmenes que hay en el final de cada capítulo, que me pueden de manifiesto cuáles son los puntos importantes y cuáles son los no importantes del capítulo.

Repito, una lectura suave, resolución de ejercicio, resolución de problemas, y luego estudiar aquellos puntos concretos que vienen en el resumen final de cada capítulo. Me gustaría hacer un comentario. Los temas que hemos visto hoy, los temas de oscilaciones, electricidad, electrostática y demás, son temas comunes para los alumnos que han estudiado las carreras de

ciencias físicas o matemáticas e ingeniería informática.

En el próximo programa habrá una parte que será común y una parte que no será común, que solamente será específica de los alumnos de informática, al igual que hace semanas tuvimos una parte específica para los alumnos de ciencias con gravitación y sonido rígido. A mí también me gustaría, al hilo de lo que estamos hablando, comentar que, y de lo que decía yo antes, a las alturas del curso en la que nos encontramos, pues que si los alumnos tienen dudas, pues es el momento, ha sido el momento durante todo el curso, por supuesto, pero ahora más, porque ya se acerca más o menos la época de examen de consultar, consultar con sus tutores, si los tienen y si no los tienen o no pueden acercarse a los centros, pues también con los profesores de la sede central. Yo creo que ya no se puede dejar casi para más tarde.

Hombre, si queremos llegar a tiempo al examen y no queremos tener esos agobios de última hora, lo suyo corresponde hablar con el tutor. Hay que visitar al tutor una o dos veces al año. El tutor tiene toda la información que nosotros le enviamos para seguir las pautas del curso, saben los problemas que ponemos, saben las cuestiones tipo test que ponemos, conocen exactamente cuáles son los temas que más nos gustan.

Entonces, ver al tutor significa probablemente un par de puntos más. Tenemos unos magníficos tutores en toda España. Yo creo que sería una tontería no hacer uso de los tutores como tal.

No tienen tutores, saben que estamos de guardia durante la semana, pueden llamarnos y les contestaremos con sumo gusto. Y ahora sí, brevemente, porque siempre lo decimos y lo repetiremos en todos los programas, tendremos un último programa dedicado al examen final, pero muy brevemente porque nos queda poco tiempo, podemos indicar otra vez simplemente ahora cómo va a ser el examen en cuanto a su composición. Muy rápidamente, tenemos diez preguntas tipo test obligatorias y luego podrán elegir entre un tema o un problema.

No pueden pasar, no deben pasar de la cara de un folio en el caso del problema o del tema. Como ya he dicho, tendremos un programa dedicado íntegramente al examen final e intentaremos resolver algún tipo de examen anterior. Pues muy bien, damos las gracias a los tres profesores que nos han acompañado esta noche y hasta el próximo programa.

Muy buenas noches y gracias. Buenas noches a ti. Gracias.