

AC 15 54

Hola, buenas noches, de nuevo en su compañía y en este programa que la UNED propone para los alumnos de acceso directo. Hasta las 11 de la noche intentamos todos los días ayudarles con orientaciones y entrevistas, con la compañía de los profesores de la sede central y otros expertos de cada una de las asignaturas que conforman este curso. Como ya deben saber las emisiones de la UNED se envían a los centros asociados en casete para que los alumnos puedan consultarlas.

En la mayoría de los centros existe servicio de préstamo y ese alumno puede escucharlo en casa con tranquilidad. Nos pueden sintonizar a través de la onda de la ionosfera en la 1.359 de onda media y en radio 3, frecuencia modulada de Radio Nacional de España. Esta noche en matemáticas especiales nos acompaña el profesor Antonio Costa, con él veremos la unidad didáctica número 6, que nos habla de la integral de Riemann, de logaritmos y exponenciales, de funciones trigonométricas y de cálculo de primitivas.

También repasaremos las restantes unidades didácticas. Y vamos a comenzar ya con este programa de repaso de matemáticas especiales. En el programa de esta noche de matemáticas especiales nos acompaña el profesor Antonio Costa.

Buenas noches. Buenos días. Vamos a ver la unidad didáctica número 6. Y empezaremos por el tema primero, que nos habla de la integral de Riemann.

¿Qué es la integral de Riemann? Pues la integral de Riemann surge de la necesidad de medir áreas. En la unidad didáctica anterior se hablaba de funciones y entonces las funciones se representan gráficamente y la representación gráfica o la gráfica de la función, pues determina con el eje de las X o el eje de abscisas una cierta región del plano. Entonces esa región se quiere determinar cuál es su área.

De esta forma se pueden contrarizar, se pueden medir áreas que tienen algún lado curvo. En la geometría elemental se pueden calcular áreas de triángulos y de esa forma triangular regiones que tienen más o menos los lados rectilíneos, pero si tienen lados curvos es algo más complicado. Pues esto es la problemática de la integral de Riemann.

¿Para ello qué es lo que se hace? Se suele partir la región en rectángulos y después estos rectángulos se van haciendo cada vez más pequeños. De esta forma se va aproximando el área hasta que el área final se obtiene como un límite de una cierta sucesión, de una sucesión que va aproximando cada vez mejor al área final. Como se ve aquí es una aplicación del concepto de límite que se había visto en la unidad didáctica anterior.

¿En este tema qué más podemos destacar? Yo diría que el teorema fundamental del cálculo que en realidad relaciona esta problemática del cálculo de áreas con una de las lecciones que habíamos visto en la unidad didáctica anterior, el cálculo de derivadas. Entonces lo que nos dice es que en cierto modo la integración o ese cálculo de esta área es la operación inversa de la

derivación, en cierto modo. Cuando uno sabe derivar, para integrar lo que tiene que hacer es lo contrario, es como si uno sabe multiplicar, dividir es lo contrario de multiplicar.

Esto es lo que nos dice el teorema fundamental del cálculo. Y el tema 2, que nos habla de logaritmos y exponenciales. En cuanto a logaritmos y exponenciales, aquí vienen definidas a partir de integrales.

Pero la exponencial yo creo que ya más o menos la manejan, porque ya han visto lo que es un número elevado al cuadrado, un número elevado al cubo, un número elevado a un exponente natural, que lo que tienen que hacer es coger ese número y multiplicarlo tantas veces como aparece el exponente. Cuando aparece un número fraccionario, ya saben que lo que tienen que hacer es una raíz cuadrada con un cierto índice. Tienen que obtener un número que al elevarlo a una cierta potencia nos dé el número dado.

De esta forma yo creo que sabrían realizar la exponencial de cualquier número elevado a una potencia racional. El problema está en que se puede extender a una función que esté definida sobre todos los números reales. Esto nos da lo que es la función exponencial.

Luego lo que ocurre es que la función exponencial se puede obtener su inversa, y la función inversa de la función exponencial es la función logarítmica. Esta es una de las formas habituales de introducir la función exponencial y la función logarítmica. En el texto se hace de otra forma, que es utilizando integración.

La integral de $1/x$ nos da el logaritmo neperiano. Lo de neperiano viene porque el logaritmo está tomado en base del número e . ¿Qué es el logaritmo neperiano de un número? Es aquel número al cual tenemos que elevar el número e para obtener el primer número dado. Esto es la otra forma de definir el logaritmo en relación con la exponencial.

¿Y el tema 3, funciones trigonométricas? El caso de las funciones trigonométricas viene, etimológicamente, de medida de triángulos. Lo que ocurre es que aquí, cuando uno tiene un triángulo rectángulo, que tiene un ángulo dado, que no es el recto que viene dado, y después posee otro triángulo más, pero con ese mismo ángulo, lo que ocurre es que si uno haya el cociente de, por ejemplo, de uno de los catetos, del cateto opuesto al ángulo dado con la hipotenusa, pues obtiene que, para todos los triángulos rectángulos con ese mismo ángulo, ese cociente es el mismo. O sea, que tienen esa misma razón.

Eso es lo que se llama una razón trigonométrica. En el caso de que sea el cateto opuesto partido por la hipotenusa, pues eso es el seno. El coseno es el cateto adyacente partido por la hipotenusa.

La tangente es la división de los dos catetos. Entonces, esto es la idea geométrica. Después se pueden introducir, como viene en el texto, mediante una integral.

Ahora lo que quiero decir es que hacemos variar el ángulo, y según va variando el ángulo, estas relaciones trigonométricas van variando también, y se obtiene una función. Estas funciones, así

como no solamente las funciones trigonométricas, sino también las funciones logaritmo y exponencial, son muy socorridas, ya aparecen en muchas ocasiones, y entonces se tienen que ejercitar mucho con ellas. No solamente en relación con la integración, sino también en relación con la derivación, su representación gráfica, su composición con estas funciones, y con ello tienen que volver a reder las cosas que aparecían en la unidad didáctica anterior.

Por lo tanto, nos han hablado ya de funciones de coseno, de seno, de tangente, de cotangente, también de arco de seno... Bueno, el arco coseno y el arco tangente son las funciones inversas del seno, del coseno y de la tangente. Entonces, como siempre, se define una función inversa. Lástima cuatro, nos habla de cálculo de primitivas.

Bueno, pues en este caso se trata ya de realizar aquello que se había visto de una forma teórica en el tema 1, de lo que era la integral de Riemann, pues ahora llevarlo a cabo de forma práctica. Es decir, que pasa lo mismo que con la derivación. En el tema de derivación, primero se ve cuál es el concepto, esto de la pendiente de la tangente.

En el caso de la integral, pues era el área. Pero lo que después es importante es que sepan, realmente, realizar integrales, que sepan calcular primitivas. Entonces, para ello, es parecido al caso de la derivación.

En el caso de la derivación, teníamos que saber una tabla. Como en este caso es la operación inversa, pues lo mismo. Tienen que saber la tabla de derivación, pero al revés.

Entonces, con esa tabla de lo que son las integrales de las funciones más usuales, pues tienen que manejarlas y saberla reconocer cuando vayan apareciendo. También ocurre lo mismo que en el caso de la derivación. En el caso de la derivación, había un tipo de operación que era lo que se llama la derivación de las funciones compuestas, que lo que nos daba era, cuando nosotros conocíamos las derivadas de varias funciones, y realizábamos una composición entre ellas, saber cuál era la derivada de la función compuesta.

Es decir, cuando sabíamos las derivadas de las funciones más simples, obtener la derivada de la función más complicada. En este caso, para el cálculo de primitivas o la integración, pues lo que desempeña el papel de regla de la cadena o de derivación de funciones compuestas es lo que se llama la integración por partes. También es una técnica, es una fórmula que tienen que conocer, tienen que saber, en cierto modo, partir la función que quieren integrar en dos pedazos y después tienen que elegir bien esos dos pedazos para que, según vayan aplicando la regla de derivación por partes, vaya simplificándose la integrada.

Hemos visto en esta unidad didáctica las integrales, la integral de Riemann, los logaritmos y exponenciales. ¿Qué es lo más importante o qué es lo que nos debe destacar más? En el tema del cálculo de primitivas también quería decir que otra temática importante son las primitivas de las funciones racionales. Ya se recuerdan que en la unidad didáctica 4 se vio cómo se podía reducir una fracción racional a fracciones simples.

El poder reducir esta función racional a fracciones simples lo que hace es que se pueda calcular muy bien la integral. Cuando le dan una función racional de un cociente de dos polinomios, lo primero que tiene que hacer es reducir las fracciones simples y luego integrar cada uno de los pedazos que ha obtenido de esa forma. Son otras cosas que tiene que conocer.

Entonces, globalmente en cuanto a las cosas más importantes de esta unidad didáctica, en primer lugar tienen que saber cuál es el concepto de integral, que es la integral de Riemann, que quiere decir que se mide un área. Después tienen que calcular muy bien primitivas. Casi como el cálculo de derivadas.

Tienen que aprender muy bien cuál es la tabla de integración, cuál es la fórmula de integración por partes. También tienen que saber integrar funciones racionales y primitivas de funciones que conlleven senos, logaritmos y funciones racionales todas mezcladas. Esto tienen que saberlo muy bien.

Esto digamos que es el tema o el punto central. Ha aparecido en muchas pruebas anteriormente el cálculo de una primitiva. Generalmente por partes o quizá es inmediata mirándola bien con un poco de cuidado.

Y después yo diría que utilizar este cálculo de primitivas para el cálculo de áreas. Ya saben que lo que tienen que hacer es primero calcular la primitiva y después observar cuáles son los intervalos entre los cuales hemos de calcular el área. Aplicando después el teorema fundamental del cálculo, dada la primitiva pueden saber cuál es el área.

Estamos ya en el mes de abril y hemos visto las seis unidades didácticas. El alumno tiene todo el material. Se supone que todo se lo ha leído y se tiene que estar preparando para el examen final.

Me gustaría en este último programa, aunque tendremos uno final, pero solamente en él hablaremos del examen, hacer un repaso de las unidades didácticas. Podemos empezar por la primera que hablaba de conjuntos, de relaciones. ¿Qué es lo más importante? ¿Qué tiene que destacar el alumno en esta primera unidad didáctica? Como habrán visto, era una lección de nomenclatura y han sido cuestiones que se han ido repitiendo a lo largo del curso, sobre todo las temáticas referentes a teoría de conjuntos.

Después tiene que repasar las cuestiones de combinatoria y de probabilidad porque en esto hay muchos ejercicios y son también un poco desconexos con el resto. Es decir, que aquí es una cuestión que solamente se ha estudiado en este tema. Eso sí que es importante.

Tienen que saber hacer ejercicios de probabilidad sencillos. También una unidad didáctica práctica, ¿no? Era una unidad didáctica práctica, sobre todo el final. El principio era una cuestión un poco más de terminología.

La unidad didáctica dos, grupos, anillos... Aquí era el tema de sucesiones, de límites de sucesiones. Como hemos visto, luego desempeña un papel importante en otras unidades

didácticas donde ya se introduce el límite de una función. Aquí recuerdo que dijimos que era difícil el concepto de límite, pero que más adelante se le explicaría y efectivamente se ha ido.

Se habrá ido aclarando un poco más. Y después, sepan hacer operaciones con números complejos. Tengan un poco la noción de lo que es un número real y sepan hacer operaciones con números complejos.

¿Y la unidad didáctica número tres? Bueno, pues aquí el asunto era tener unas nociones de lo que era un espacio vectorial en principio en R^2 , en R^3 . Conocer qué quiere decir la dependencia e independencia lineal geoméricamente. Qué quiere decir que todos los vectores sean proporcionales o tres vectores sean coplanarios en el espacio.

Y después tener la nomenclatura o también la terminología de las matrices y los determinantes y saberla aplicar a la problemática de la dependencia e independencia lineal. Pero realmente, el tema más importante es el de la resolución de sistemas de ecuaciones lineales utilizando el método de Gauss y utilizando también el teorema de Rochefrovenos. En este tema cuatro de la unidad didáctica número tres de sistema de ecuaciones lineales ¿constantemente tienen que seguir haciendo ecuaciones terminadas? Yo diría que ahora continuarán haciendo sistemas de ecuaciones porque es una cosa que cuanto más práctica se tenga, pues es más sencillo.

Es un tema que hay que retomar constantemente. Hay que retomar constantemente. ¿Y la unidad didáctica número cuatro? En cuanto al plano afín eran problemas muy sencillitos de tener más o menos las nociones claras de lo que quiere decir o qué es una recta, cuál es la ecuación de una recta, cuál es el vector de dirección de una recta o las posiciones relativas de dos rectas, que quiere decir que dos rectas sean paralelas.

El tema dos ya fue suprimido. El tema tres de polinomios ya después, en el caso de las funciones han ido apareciendo polinomios y en el último de fracciones racionales está el tema de la descomposición en fracciones simples que como hemos visto se utiliza en el tema de integración. ¿Y la unidad didáctica cinco? Hemos dicho en su momento que era central sobre todo el tema de lo que es una función, límites de funciones lo que es continuidad de una función y sobre todo saber derivar funciones y después las aplicaciones sobre todo saber representar gráficamente una función.

También podríamos ver un poco más esta unidad didáctica número seis aunque ya la hemos visto. ¿Habría que hacer hincapié en qué más? Aunque lo hemos visto hace un rato podríamos decir que lo importante es el cálculo de primitivas saber cómo hacer para calcular la integral de una función después saber qué quiere decir ese cálculo y cómo se aplica al cálculo de áreas y sobre todo estas funciones trigonométricas logarítmica y exponencial pues si se ha visto en este momento tenerlas muy claras y saberlas manejar y no solamente manejarlas en el tema de integración sino aplicarlas en todos los temas sobre todo en la unidad didáctica anterior. ¿Hay algo que presente una especial dificultad en esta unidad didáctica? Sí, yo creo que además la experiencia nos lo dice es el tema de integración suele ser bastante difícil para los alumnos sobre todo el tema de integrar por partes tiene una dificultad y es que realmente es un

algoritmo pero hay que elegir hay que elegir bien cuál es la función que hay que derivar o cuál es el pedazo que hay que derivar y cuál es el pedazo que hay que integrar si realmente no eligen bien lo que ocurre es que en vez de ir cada vez facilitándose más el cálculo pues cada vez se les va complicando más.

Por lo tanto hay que saber derivar muy bien y también integrar. Eso sí, integrar por partes yo diría que hagan muchos ejercicios de integración por partes porque es una cuestión que una vez se ha cogido práctica, una vez se han hecho muchos ejercicios es sencillo. Por eso me gustaría también hablar a continuación.

Hemos visto ya las 6 unidades didácticas y ya estamos en la recta final preparándose para el examen final. ¿Cómo se lo deben preparar? Yo diría que continúen haciendo ejercicios que repasen sobre todo y hagan ejercicios de sistemas de ecuaciones lineales realicen ejercicios de representación gráfica de funciones de derivación también sobre todo de derivación de funciones cada vez más complejas donde haya funciones exponenciales funciones logaritmo funciones trigonométricas dentro de la función y después integrando, que hagan también integrales, integrales por partes que calculen áreas entre curvas por una función y el eje de abscisas y que lo tengan todos estos 3 temas estos 3 tipos de problemas que sepan hacerlos muy bien y después que no olviden tampoco hacer algún ejercicio de cálculo de probabilidades y algún ejercicio sencillo de geometría plana Hemos dicho a lo largo de todo el curso que va a ser un examen eminentemente práctico pero algunos conceptos importantes también tendrán que aprender, también tendrán que estudiar que no sea sólo ejercicio El concepto ya se sabe que es casi previo para poder realizar un ejercicio el concepto de función de función continua de lo que es la derivada de una función el concepto de integral como medida de un área el teorema fundamental del cálculo nos relaciona cuál es la medida de un área con el concepto de derivada o inversa de la derivada y después en los temas anteriores el concepto de probabilidad sobre todo de una forma práctica aplicado a los sucesos que implican un número finito de posibilidades también el concepto de dependencia independencia lineal pero desde un punto de vista muy geométrico después saber bien qué es lo que dice el teorema de Rouché y Frobenius y aplicarlo a casos concretos de sistemas de ecuaciones saber las posibilidades que tiene un sistema de ecuaciones y después conocer la definición de lo que es un polinomio, no es la definición sino lo que es en realidad y también el tema de saber el máximo común divisor de los polinomios suele ser también alguna vez coincido que ha aparecido en algún ejercicio yo diría que estos son los conceptos además ahora es el momento de si tienen dudas consultar a sus profesores tutores y en caso de no tener profesores tutores también dirigirse a los profesores de la sede central es el momento en este último mes que no lo dejen para más adelante pues nos veremos en el próximo programa gracias y buenas noches esta noche en matemáticas especiales hemos repasado las 6 unidades didácticas de la asignatura y vamos a recordar a continuación algunos aspectos que les pueden ser de utilidad en primer lugar hay que poner énfasis en la práctica de la asignatura y desde este punto de vista el alumno únicamente debe poseer los conocimientos teóricos necesarios para resolver con éxito ejercicios o problemas, por supuesto que sería ideal que comprendiese todos los argumentos

teóricos del texto base pero hay que insistir que en la prueba final sólo hay problemas prácticos en esta línea, a título de ejemplo la parte teórica de combinatoria y probabilidad, como ya indica la guía del curso, no es de gran importancia así como la lección primera de la unidad didáctica número 2 grupos, anillos y cuerpos donde sólo interesan los conceptos fundamentales el cuerpo de los números reales, la lección 3 de la unidad didáctica número 2 se considera que es un tema que supera la madurez matemática de un alumno de este curso por lo que queda reducido a conseguir una línea de lo que es número real en resumen, las dos primeras unidades didácticas deben ser tratadas con menos énfasis que las cuatro últimas y queda suprimida la lección del espacio afín también tenemos que indicar que al ir estudiando un tema es conveniente hacer paralelamente una ficha resumen con los conceptos y propiedades más importantes es interesante que esta ficha no sea una mera copia sino que el alumno haga una elaboración propia del tema y se exprese en un lenguaje lo más matemático posible según la destreza que haya adquirido es imprescindible realizar los ejercicios de los libros que maneje el alumno y una vez acabado el tema es importante repasarlo en profundidad reteniendo los puntos fundamentales del mismo como ya saben el horario de asistencia al alumno dentro de la asignatura matemáticas especiales es los miércoles de 4 a 8 de la tarde y ahora sí despedimos ya el curso de acceso muchas gracias por su atención y muy buenas noches y hasta aquí las 2 horas y media de radio que la UNED les ha ofrecido mañana volveremos en esta misma emisora y a nuestra hora habitual 8 y media de la noche, 7 y media en la Comunidad Canaria con el programa de formación del profesorado continuaremos con Ingeniería Técnica de Informática y la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales y cerraremos nuestra programación con el curso de acceso les agradecemos su atención y su compañía muy buenas noches