

ecuaciones. Esta noche en nuestro programa de matemáticas básicas vamos a hablar de los temas 2 y 3, los números racionales y las ecuaciones. Nos acompaña como ya es habitual el profesor Eduardo Ramos. Muy buenas noches. Buenas noches Isabel y de nuevo un saludo muy cordial para todos nuestros alumnos en este nuestro segundo encuentro en la radio en este curso. Bien, vamos a empezar hablando de los números racionales. Ya hemos hablado de los números naturales, de los números enteros, pero ¿qué es un número racional? Sí, en el programa anterior dejábamos a nuestro pastor primitivo contando guijarros, que eran los números naturales, contando sus pieles de oso. También reflexionando sobre la necesidad que tuvo el hombre en algún momento determinado de...

inventar otros números que les permitiesen representar cantidades negativas. Y en esta lección completamos o seguimos el estudio de los números introduciendo un nuevo concepto que es el número racional. La necesidad de introducir el número racional surge al intentar resolver aquella pregunta que dejábamos en el aire en la lección anterior, diciendo que en el conjunto de los números enteros había operaciones que se podían hacer siempre y otras que no se podían hacer siempre. Por ejemplo, no era posible encontrar un número entero que resultase el cociente exacto de dividir 12 entre 5. Ante la necesidad de responder o de encontrar una solución a esta pregunta, ¿cómo es posible repartir un número como el 12 entre 5? Pues aparece el número racional para responder a esta idea. Reflexionemos un momento cómo es posible.

la solución a esta pregunta supongamos que es un ejemplo que me gusta mucho utilizar el que tenemos una botella una botella de agua con tres botellas de agua de un litro y las queremos repartir entre cinco personas pues encontramos esa dificultad que estaba comentando no es posible dar un número entero de botellas a cada una de las personas porque nos faltan botellas pero si conseguimos y vaciamos las botellas en vasos más pequeños por ejemplo vasos que tengan un quinto de litro bueno ya adelantado ya me he comentado ya lo que va a ser el número racional pero vamos si vaciamos las botellas en vasos de forma que una botella cinco vasos de esos tienen una botella pues ya en lugar de tener tres botellas de agua y de agua de agua de agua de agua de agua de agua tenemos 15 vasos y en ese caso la respuesta ya es obvia ya podemos dar un número entero

de vasos de agua a cada una de las cinco personas. Entonces, lo que estamos reflexionando con esta idea es que la unidad de medida, en este caso un litro, no deja de ser una unidad arbitraria. Podemos considerar unidades más pequeñas que dividen el litro, los divisores del litro, y esas unidades más pequeñas ya permiten hacer los cocientes de forma exacta de número entero. Y, utilizando esta idea, nos aparece el concepto de número racional, que consiste en un número que se expresa de la forma tradicional, como dos números enteros separados por una raya de quebrado, y le llamamos al de arriba numerador y al de abajo denominador. Denominador porque denomina el número de unidades en que se divide la unidad, y numerador porque cuenta cuántas de ellas se escogen. Esta es la forma tradicional. La unidad de representar una fracción, aunque luego, como veremos un poquito más adelante, hay otras.

Bien, antes de entrar en las operaciones con las fracciones, pues para aquellos alumnos que hagan mucho tiempo, que han estudiado fracción, quebrado, ¿es lo mismo? Sí, es exactamente lo mismo, son dos maneras, dos palabras para referirse a la misma idea Pues bien, hablemos ahora de las operaciones, ¿se puede hacer operaciones con fracciones? Sí, igual que estudiamos cómo sumar o cómo operar números naturales, números enteros, también es posible, lógicamente, operar números fraccionarios, operar fracciones En primer lugar, para aprender a hacer esto, para recordar cómo se hace esto, porque posiblemente muchos de nuestros alumnos tengan ya cierta familiaridad con ello Pero para recordar cómo se hace esto, la primera idea que tenemos que estudiar y resaltar es la idea de fracción equivalente, vemos que una misma cantidad fraccionaria se puede expresar de diferentes maneras, por ejemplo

1 sobre 2, es decir, 1 medio, es lo mismo que 2 cuartos, es lo mismo que 4 octavos. Es decir, tenemos 1 medio, 2 cuartos, 4 octavos, representan a la misma cantidad, que es la idea intuitiva de la mitad de la unidad. Entonces, vemos que hay diferentes maneras de representar un número quebrado, una fracción. Un mismo número fraccionario mediante fracciones que se llaman equivalentes. Hay una manera sencilla de reconocer fracciones equivalentes, que es multiplicándolas en cruz. Si el numerador de una por el denominador de la otra iguala al denominador de la primera por el numerador de la segunda, entonces las otras fracciones son equivalentes. Una vez estudiado y comprendido este concepto de fracciones equivalentes, podemos empezar a considerar las operaciones. Porque ya es esa idea para sumar

fracciones, ya hay que aplicar esa idea de homogeneizar las cosas. Si tenemos que sumar fracciones que tengan diferente denominador,

es decir, que se refieran a unidades de medida diferentes, lo lógico es homogeneizar esas unidades de medida, homogeneizar esos denominadores, y luego ya la idea es bastante simple, será sumar los numeradores. Y esa idea de homogeneizar los denominadores es lo que se llama reducir a común denominador. Como acabo de decir, siempre va a ser posible encontrar una fracción equivalente, dado una fracción se puede encontrar una fracción equivalente a ella, que tenga un denominador, el que necesitemos. Y entonces, mediante el procedimiento de reducir las fracciones a común denominador, la suma, la resta, ya es sencilla. Y en cuanto a la multiplicación y la división, pues también las ideas que hay ahí son muy fáciles. La multiplicación no deja de ser una suma repetida, y entonces para multiplicar fracciones, pues hay que multiplicar los numeradores y dividir por el producto de los denominadores. Y la división es una multiplicación por la fracción dada a la vuelta, la fracción dada a la vuelta.

del divisor dada la vuelta. Es decir, multiplicar el numerador de una por el denominador del divisor y dividir, es decir, poner debajo de la raya de quebrado el denominador de la primera por el numerador de la segunda. En definitiva, en suma, lo que tenemos que ver y estudiar y familiarizarse en esta parte de la lección es cómo se opera con fracciones, porque es una cosa que a lo mejor algunos han olvidado, pero no es muy complicado. Bien, hemos visto cómo se puede expresar los números racionales en fracciones, pero ¿y la expresión decimal de los números racionales? Sí, dije antes que la forma tradicional, ordinaria de representar un número fraccionario es mediante un quebrado, es decir, un número entero arriba de una raya y otro número entero debajo de la raya. Pero hay otra manera también equivalente de representar un número fraccionario que es mediante su expresión, que es mediante su expresión decimal. ¿Cómo se hace esto?

¿De dónde viene esto? Pues de forma similar a cómo se hacía la representación de un número en un sistema de numeración. Por ejemplo, cuando decíamos en la lección anterior que representamos el número 628, lo que queríamos decir es eso, es 600 más 20 más 8. Es decir, 6 veces 100 más 2 veces 10 más 8. Es decir, 6 centenas más 2 decenas más 8 unidades. Bueno, como ahora tenemos unos números más pequeños que uno, unos divisores más pequeños que uno, podemos considerar también de forma análoga que como consideramos las decenas, es decir, 10 veces la unidad, podemos considerar las décimas. Es decir, aquella cantidad que 10 veces hace una unidad, es decir, la décima parte de la unidad. De forma análoga, como consideramos las centenas, podemos considerar las centésimas, es decir, aquella cantidad tal que 100 de ellas hacen una unidad.

un número, por ejemplo, el 0,23, podemos entenderlo como dos décimas más tres centésimas. Es decir, un número fraccionario como $\frac{23}{100}$, que es tres cuartos, podemos representarlo como siete décimas más cinco centésimas. Y con este convenio, en forma de potencias de diez, en un caso por números mayores que cero, uno, dos, tres, es decir, unidades, decenas, centenas, etc., y con números negativos, menos uno, menos dos, menos tres, es decir, décimas, centésimas, milésimas, etc., podemos representar cualquier número fraccionario mediante una expresión decimal que puede, eso sí, llevar un punto decimal incorporado. Aquí hay una novedad, en cierta medida, que es que la expresión decimal de un número fraccionario dado puede tener un número infinito de cifras. Por ejemplo, un tercio, uno, raya, tres, al hacer su expresión decimal, encontraríamos que es...

0.333333, es decir, sin límite. Bueno, esto no es ningún problema, es un por convenio, ese 3, 3 puntos suspensivos representa una cantidad que es la tercera parte de la unidad. Y en esta parte entonces, en esta de la expresión decimal de los números racionales, lo que tenemos que estudiar bien, pues es cómo, dado un número en forma de fracción, es decir, de quebrado, podemos encontrar su expresión decimal, que es dividir normal y corriente el numerador entre el denominador. Y al revés, dado un número decimal, que sea que represente a un número fraccionario, porque como veremos luego en la lección 4, puede haber expresiones decimales que no representen a un número fraccionario, o sea, vamos, no expresiones decimales, sino una serie infinita de números que no representen a un número fraccionario, bueno, por dado la expresión decimal de un número fraccionario, podemos encontrar una fracción equivalente, o puede representar en forma de quebrado. Esto no es...

difícil, se sale un poquito de lo que podemos explicar ahora aquí y recomiendo que se estudie con detenimiento, se trabajen los ejemplos del libro porque una vez que se le coge la lógica al procedimiento pues es muy sencillo de hacer. Es sobre todo ejercitarse, ¿no? Sí, con esto siempre aparecen en los ejercicios y en las preguntas de evaluación cuestiones de este estilo que, bueno, si uno no ha estudiado previamente cómo se hacen pues podría a lo mejor costar una pequeña dificultad, pero una vez que se

entiende la lógica del procedimiento pues no tiene seguramente mayor complicación. ¿Y los porcentajes? Sí, esa es otra manera de referirse a los números que estamos trabajando y que estamos estudiando en esta lección. De la misma manera que podemos referirnos a la unidad y hablar de números más pequeños que la unidad, un uso tradicional en el lenguaje es referirse al todo, a la cantidad total, a la unidad como 100 y entonces los números fraccionarios se representan como fracciones de ese 100, es decir, como porcentajes. Bien.

Entonces, esto por cierto, yo creo que es bastante popular y está todo el mundo cotidianamente utilizándolo. Si decimos el 60% de una cantidad, queremos decir que esa tal cantidad como todo viene representada por 100 partes y de ellas tomamos 60. Es otra manera de hablar para representar al número fraccionario 0.6 o también al quebrado 60 dividido por 100 o también al quebrado 6 partido por 10 o también al quebrado 3 partido por 5. Esta es una de las magias que tienen las matemáticas. Muchas cosas en matemáticas por la tradición, por el uso, porque han ido apareciendo o tienen en unas culturas o en unas aplicaciones especiales. De esta relevancia, pues tienen representaciones diferentes para la misma cosa. Y por último, para acabar este tema 2 sobre los números racionales.

¿Cómo se ordenan los números racionales? Sí, otra cosa bastante interesante es estudiar esta idea. Es decir, en los números enteros o los números naturales, el orden nos resulta bastante intuitivo. Es decir, el 1 es más pequeño que el 2, más pequeño que el 3, más pequeño que el 4. El menos 5 es más pequeño que el menos 4. Es decir, de ver 5 es peor que de ver 4, más pequeño que el menos 3, etc. Entonces el orden en los números naturales y en los números enteros es bastante intuitivo y bastante fácil de comprender. A veces ocurre que al hablar de números fraccionarios tendremos un poquito más de dificultad en ver quién es mayor o quién es menor. Cuando son relativamente pequeños o cercanos o más familiares, pues sí lo podemos entender. Por ejemplo, yo creo que intuitivamente todo el mundo entiende que tres cuartas partes es mayor que la mitad, que un medio. Tres cuartos es mayor que un medio. Cuando los números no son tan sencillos, pues entonces...

A lo mejor nos cuesta un poquito más entender qué número fraccionario es más pequeño que otro. Pero sí tengo que decir, y es una cosa interesante de estudiar, es que el conjunto de los números fraccionarios está ordenado. Está totalmente ordenado. Los números se pueden, siempre dado los dos números, fraccionarios siempre se puede saber cuál de los dos es mayor. Y para eso la técnica es muy sencilla. Se miran si la diferencia entre los dos, la diferencia que sea mayor que cero, es decir, si el primero menos el segundo es menor que cero, el primero es más grande que el segundo. Y si es menor que cero, es el segundo más grande que el primero. Otra manera también bastante fácil de verlo es reducirlos a un denominador. Y una vez que los tenemos referidos en el mismo denominador a unidades, el que tenga mayor numerador es más grande. En el caso de positivos y en el caso de negativos, pues igual que con los números enteros. En caso de negativos, el que tenga mayor valor absoluto es más pequeño. También hay la técnica de multiplicarlos en cruz. Y esto es una vez más.

2a partido por b y c partido por b, se multiplica a por d y se le resta b por c. Si eso da mayor que cero, pues es que a partido por b es mayor que c partido por d. En fin, estos ejemplos prácticos y variados de cómo se hace esto están en el libro, en el punto 2.5. Y también recomiendo que se estudien y que se familiaricen con ellos, porque muchas veces he visto que es una cuestión que a algunos alumnos les causa cierta dificultad. Pues dejamos el tema 2 de los números racionales y pasamos al 3, que también tiene que ver con los números. ¿Son las ecuaciones? Sí, bueno, tenemos ahora un tema dedicado a las ecuaciones, que es un tema también muy interesante y muy útil, incluso en la vida cotidiana. ¿Qué se estudia en este tema? Pues hasta ahora... En las lecciones anteriores estamos estudiando los diferentes conjuntos de números, los números naturales, los números enteros, los números...

fraccionarios y hemos dicho que con ellos el hombre pues lo que hace normalmente es operaciones es decir hace sumas restas multiplicaciones y divisiones la lección 3 se dedica a estudiar algo que es como las operaciones pero es un poquito más elevado que son las ecuaciones una ecuación un bien es el problema que intenta resolver una ecuación es averiguar encontrar hallar un número que verifica ciertas condiciones que necesitamos por las razones que sean tenemos el ejemplo que tenemos en el libro en el punto 31 si nos dicen que una cuenta a plazo produce un 12 por ciento de interés puede interesarnos saber cuánto dinero tendremos que poner en esa cuenta para recoger unos intereses de 90 mil pesetas entonces es una condición la condición del inversor la condición que busca satisfacer el inversor y lo que trata es de hallar un interés

que no sabe cuánto es en este momento, pero que sí le han dicho que esa cantidad debe ser de tal manera que su 12% sea 90.000 pesetas. Es decir, esa cantidad ha de verificar una determinada

condición. Esa determinada condición viene expresada en palabras castellanas como que el 12% de esa cantidad son 90.000 pesetas. Bueno, pues esa cantidad es lo que, como no la conocemos, se le suele llamar una incógnita. Es una cantidad desconocida, es una incógnita. Y lo que intentamos es averiguarla. Las ecuaciones lo que hacen es expresar en forma de igualdad, en forma de equilibrio, de cantidades, de equilibrio de cosas, esa expresión oral, esa expresión con palabras. Entonces, si esa cantidad es conocida, le llamamos X, un nombre como lo que hubiésemos pedido llamar A. Z o cantidad. Es una convención el llamarle con las últimas letras del alfabeto, pero no hay ninguna razón. O sea, es una incógnita.

bueno, es el uso y así lo haremos y se sigue haciendo, pues esa cantidad la llamamos X, podemos ver qué ha de verificar para cumplir la condición, que es que su 12%, que entonces es 0.12 por X, tiene que ser 90.000 pesetas. Entonces el 0.12 por X tiene que ser igual a 90.000 pesetas. Ahí tenemos escrito en forma de condición, en forma de equilibrio, en forma de igualdad, es la oración que nos habían expresado. A partir de ahí, lo que hay que hacer es buscar quién es la X y eso es lo que comentamos ahora al hablar de cómo se resuelven las ecuaciones. Bien, pues ya sabemos lo que es una ecuación, pero ¿cómo se plantea? ¿Qué problemas tiene en su planteamiento? Sí, en todo esto que estoy diciendo, estoy haciendo dos aspectos, que son, no sé, la cara y la cruz de las ecuaciones. Hay dos cosas que tenemos que resaltar bien. Uno es precisamente el problema ese de...

traducir a una expresión matemática en la que se mezclan letras, productos, sumas, números, igualdades, la expresión oral que nos da la condición. Esa parte se llama planteamiento de la ecuación. Y una segunda parte, que es una vez que tenemos planteada la ecuación, es resolverla. Sobre la primera parte no hay mucho que decir desde el punto de vista matemático. En realidad es una cuestión de experiencia y de práctica. Muchos alumnos nos preguntan a ver, enséñeme a practicar, a hacer una ecuación, descubrir en el lenguaje ordinario lo que hay de esencial para la ecuación, despojar al lenguaje y al enunciado de todo aquello que no tiene que ver con los aspectos matemáticos de las ecuaciones puros del planteamiento de la ecuación. Gracias.

algo que se aprende con la práctica. No es de las cosas probablemente más complicadas que se tienen que hacer en matemáticas, que es el tema, la idea de hacer un modelo que represente la realidad que se intenta estudiar. Y de eso, todos los que nos dedicamos a las matemáticas por profesión sabemos que simplemente es una cuestión de experiencia, es una cuestión de oficio y no hay recetas ni reglas infalibles que puedan, ni atajos que puedan simplificar las cosas. Y entonces, lo que se concentra en la lección 3 es en el estudio de la segunda parte, de lo que estábamos diciendo, resolver la ecuación. Ahí sí, ya las técnicas matemáticas pues tienen muchas cosas que decir, como vamos a ver a continuación. Pues, ¿podíamos hablar de las reglas que hay, las reglas generales para resolver ecuaciones? Sí. Entonces, lo primero que tenemos que pensar es que es resolver una ecuación. ¿Qué es una solución de una solución?

ecuación. Esa es la primera cosa. Una solución de una ecuación, ya que estamos intentando buscar cantidades desconocidas e incógnitas, no van a ser más que un conjunto de números que respondan a cada una de esas incógnitas, que se le asignen a cada una de esas incógnitas. Así, si una ecuación tiene una incógnita x, una solución de esa ecuación será un número, el número el que sea, tal que al sustituir la x por ese número, la ecuación, la igualdad, se convierte en los dos lados en la misma cosa. Si una ecuación tiene dos incógnitas x e y, la solución serán dos números, uno para la x y otro para la y, y así en ese orden, no el uno para cualquiera de las dos, ni el primero para la y, ni el segundo para la x, sino uno para la x y otro para la y, tal que al sustituir en la ecuación la x y la y, se convierte en una ecuación. Y por eso el número se verifica de nuevo una identidad en los dos miembros de la ecuación. Eso es lo que se llama...

se llama resolución de una ecuación. Y entonces, para resolver ecuaciones, pues hay unas cuantas reglas. La verdad, también aquí hay que tener cierta práctica, cierta familiaridad y cierta facilidad para encontrar el atajo que nos resuelva la ecuación. Pero, en definitiva, casi todos los atajos es la aplicación repetida de unas cuantas reglas que son más o menos fáciles de retener. Bien, previamente debemos reflexionar o hablar de una cosa, de un concepto que también es importante, que es la idea de ecuaciones equivalentes. Dos ecuaciones son equivalentes cuando tienen las mismas soluciones. Es decir, una misma condición oral se puede expresar mediante una ecuación, pero también probablemente se puede expresar mediante otra ecuación. Es decir, una misma condición puede...

ser representada por diversas ecuaciones. Ahora, eso sí, esas ecuaciones todas tienen que tener la misma solución, porque si no, no serían un fiel reflejo de la condición moral. Entonces, cuando esas ecuaciones tienen las mismas soluciones, se dice que son ecuaciones equivalentes. Y las reglas para resolver ecuaciones, esencialmente, intentan ir convirtiendo una ecuación dada en otra equivalente, y en

otro equivalente, y en otro equivalente en un momento dado, pero de tal forma que las que vamos obteniendo nos aparecen como más sencillas de resolver. Nos llevan a ecuaciones cuyo aspecto nos produce cierta tranquilidad. Decimos, esta ecuación es fácil para mí, es ver cuál es su solución. Y entonces, pues esas reglas están expresadas en el capítulo, en el punto 3-4 del libro, que hacen referencia a cómo se pueden manipular ecuaciones para que...

una ecuación dada para obtener otra ecuación equivalente sin que cambien las soluciones en definitiva de la ecuación. Y bueno, estas reglas hay que repasarlas, estudiarlas y sobre todo practicarlas. Y en este tema número 3, este tema que nos habla de las ecuaciones, ¿qué más se podría resaltar? Sí, este tema se completa con un par de cosas más. Uno, el estudio un poco más detenido de la ecuación más simple que existe, que es la ecuación lineal con una incógnita. Esta es la ecuación más simple, una sola incógnita y elevada a primer grado. Bueno, pues está la discusión de cómo se resuelve esta ecuación, pues es muy sencilla y están todos los casos que se nos pueden dar, de solución única, de no solución o de infinitas soluciones estudiados en el punto 3.5. Y el último punto que tenemos que estudiar en esta lección son los sistemas de ecuaciones lineales. Aquí la cosa se concluye. Y aquí la cosa se complica un poco más porque ya podemos considerar simultáneamente 2, 3...

o incluso más ecuaciones. Raro es que tengamos problemas de más de tres ecuaciones en este curso, pero las ideas son evidentemente generalizables. Y claro, lo que añaden los sistemas de dos, tres o más ecuaciones con dos, tres o más incógnitas no es nada más que una complicación de cómo se resuelven, porque las ideas de lo que es una ecuación, de cómo se plantea, son exactamente las mismas. Ahora sí, los métodos de resolución, pues ya hay que analizarlos un poco de otra manera. Y fundamentalmente hay dos ideas para resolver sistemas de ecuaciones que estudiamos en el texto, que son la idea del método de sustitución y la idea del método de eliminación. No es aquí el momento ahora de detenernos a explicar detenidamente cómo se hace esto, pero tampoco es demasiado complicado una vez que se lee. Se caza la lógica que tiene.

En definitiva, igual que decíamos antes, se trata de ir obteniendo a partir de las ecuaciones dadas, ecuaciones equivalentes con las mismas soluciones, pero más sencillas, cuya solución nos parezca más fácil. Y una vez que conseguimos eso, pues ya estas últimas ecuaciones más sencillas las resolvemos y vamos reencontrando las soluciones de todas las ecuaciones que teníamos planteadas. Bien, esta noche en nuestro programa hemos visto el tema 2 y el tema 3. Son importantes de cara a la prueba presencial y también al aprendizaje, por supuesto, de las matemáticas, que es lo principal. ¿Estos dos temas? Sí, son temas de hacer cuentas, de hacer cálculos, de familiarizarse con algo que en la primera parte, que es la que hace referencia a los números fraccionarios, probablemente todo el mundo recuerde. A lo mejor alguno tenga un poquito olvidado y hay que volver a refrescarlo. Y en esta segunda parte, en este segundo capítulo del capítulo 3, vamos a ver un poco más de cómo se hace la matemática.

En el capítulo 3 de lo que hemos hablado esta noche, lo que suele causar mayor dificultad, como he dicho antes, es el planteamiento de la ecuación y entonces lo único que puedo añadir o recalcar una vez más es que eso se puede solucionar con un poquito más de práctica. Pues con esto debemos despedirnos, será ya hasta el próximo mes de enero. Muchas gracias y muy buenas noches. Bien, pues de nuevo buenas noches a nuestros alumnos y una palabra de ánimo para este momento del curso, que estamos en el primer trimestre y ya tenemos los motores suficientemente calientes para seguir trabajando en el tema de las matemáticas básicas. Y hasta aquí la programación. De la UNED en el día de hoy.

Mañana estaremos de nuevo con todos ustedes en esta misma emisora y en nuestra hora habitual, ocho y media de la tarde, siete y media en la Comunidad Canaria. Nuestro primer espacio será Revista de Derecho. Continuaremos con Informativo Universitario. Por último, y como es habitual, el curso de acceso. Gracias por acompañarnos. Muy buenas noches. Gracias.

¡Gracias por ver el video! ¡Gracias por ver el video!

¡Gracias! Gracias!

Música Música Música

La Iglesia de Jesucristo de los Santos de los Últimos Días Iglesia de Jesucristo de los Santos de los Últimos Días

¡Gracias por ver el video!