

... Matemáticas básicas. Título, repaso del concepto de número. Guión, número 22. Autor, equipo docente. Fecha de emisión, 25 de marzo de 1981. ... Una vez que hemos estudiado los números naturales, los números enteros y los números racionales, en la emisión de hoy, vamos a hacer un repaso general de estos conceptos y en la emisión siguiente estudiaremos someramente los números reales y los números completos.

complejos. Repasemos el proceso que seguimos para formar cada uno de los conjuntos de números y la necesidad que había de ir ampliando estos conjuntos. Recuerda usted señorita, ¿cómo definíamos el número natural? En primer lugar, definíamos la equipotencia de conjuntos, diciendo que dos conjuntos cualesquiera son equipotentes. Por tanto, tienen el mismo número de elementos y el mismo cardinal. Esta relación binaria era una relación de equivalencia, pues vimos que cumplía las tres propiedades necesarias, reflexivas, simétricas, simétricas y simétricas.

y transitiva. Como toda relación de equivalencia produce una clasificación y unas clases de equivalencia. Cada una de estas clases de equivalencia está formada por todos los conjuntos que son equipotentes entre sí, es decir, por todos los conjuntos que tienen el mismo número de elementos. Así, por ejemplo, todos los conjuntos que tengan cinco elementos formarán una clase de equivalencia, todos los conjuntos que tengan siete elementos formarán otra clase de equivalencia y así sucesivamente. A cada una de estas clases de equivalencia la llamábamos un número natural. Así, a la clase formada por todos los conjuntos de cinco elementos la llamamos número natural cinco. A la formada por todos los conjuntos de siete elementos la llamamos número natural siete, etcétera. Entonces el conjunto de los números naturales es el conjunto formado por estas clases de equivalencia. O sea, es el conjunto de los números naturales que se forman en el conjunto cociente formado por la relación de

equipotencia entre conjuntos. Muy bien. De esta forma tenemos construido el conjunto de los números naturales, que es un conjunto de infinitos elementos y es el conjunto de los números que utilizamos para contar. También estudiamos unas operaciones o leyes de composición interna en este conjunto. ¿Recuerdan cuáles eran? Veíamos que la suma de números naturales era una ley de composición interna, porque al sumar dos números naturales cualesquiera, siempre se obtiene otro número natural. También recuerdo que el producto o multiplicación de números naturales era una ley de composición interna, porque siempre que multiplicamos dos números naturales obtenemos otro número natural. Perfectamente, pero ¿recuerdan por qué razón necesitábamos ampliar el conjunto de los números naturales? Veíamos que en el conjunto de los números naturales no siempre se podía realizar la resta de dos números, cuando el primer número o mínimo número de los números naturales

era menor que el segundo o sustraendo, no podíamos efectuar esta operación. Esto quiere decir que la diferencia o resta de números naturales no es una ley de composición interna en este conjunto. Por esta razón necesitamos construir un conjunto en el que siempre se pueda realizar la operación de restar. Este conjunto es el de los números enteros. Bien, ¿y cuál era el proceso que seguíamos para definir el conjunto de los números enteros? Partíamos del conjunto de los números naturales y formábamos el producto cartesiano de este conjunto por sí mismo. Es decir, formábamos el conjunto de pares ordenados de números naturales. Seguidamente, en este conjunto producto definíamos una relación de equivalencia. Sí, decíamos que dos pares ordenados de números naturales estaban relacionados entre sí cuando la diferencia entre la primera y la segunda componente de cada par era la misma.

Así, por ejemplo, los pares ordenados de números naturales 5, 2 y 6, 3 están relacionados ya que 5 menos 2 es igual a 3 y 6 menos 3 también es igual a 3. Muy bien. Entonces, esta relación de equivalencia producirá unas clases de equivalencia y un conjunto cociente. ¿Pueden decirme por qué elementos estará formada cada clase de equivalencia? Cada clase de equivalencia estará formada por todos los pares de números naturales que estén relacionados entre sí. Es decir, por todos los pares de elementos cuya diferencia entre la primera y la segunda componente sea la misma. A cada una de estas clases de equivalencia la llamamos número entero. Por ejemplo, la clase formada por los pares ordenados 2, 3, 3, 4, 4, 5, etc. Es el número entero menos 2.

ya que la diferencia entre ambos componentes es menos uno. Cada una de estas clases de equivalencia está formada por infinitos elementos, pues hay infinitos pares de elementos equivalentes entre sí. Bien. ¿Y cuál será el conjunto de los números enteros? El conjunto de los números enteros es el conjunto de las clases de equivalencia. Esto es, el conjunto cociente producido por la relación de equivalencia que hemos definido. Este conjunto cociente también tiene infinitos elementos, ya que existen infinitas clases de equivalencia distintas. ¿En este conjunto que hemos formado, se puede realizar siempre la operación

resta? Sí. En el conjunto de los números enteros, la operación resta es una ley de composición interna, ya que al haber introducido los números negativos, siempre que restemos dos números enteros, obtendremos un número entero. Por ejemplo, tres menos uno.

menos 5 es igual a menos 2 y menos 2 es un número entero. También vimos que la suma y el producto de números enteros son leyes de composición interna en este conjunto de números, ya que al sumar y al multiplicar dos números enteros se obtiene siempre otro número entero. Pero piensen ahora en el cociente o división. ¿Será una ley de composición interna en este conjunto? No es una ley de composición interna porque no siempre se pueden dividir dos números enteros. Por ejemplo, si queremos dividir 4 entre 7 no obtenemos ningún número entero, por tanto esta operación no siempre es posible en el conjunto de los números enteros. Únicamente se puede realizar cuando el primer número es múltiplo del segundo, como en el caso de 4 dividido por 2. Y si dividimos 4 entre 2, ¿qué resulta? 2. Precisamente esta era la razón por la que teníamos que ampliar

el conjunto de los números enteros y construíamos el de los números racionales. Veamos ahora la construcción de este conjunto. ¿Recuerdan cuál era el mecanismo que utilizábamos? Partíamos del conjunto de los números enteros y hallábamos el producto cartesiano de este conjunto por sí mismo, es decir, considerábamos el conjunto de pares ordenados de números enteros. Estos pares de elementos también se podían representar en forma de fracción, de manera que a la primera componente del par la llamábamos numerador y a la segunda denominador. Yo recuerdo que había que hacer una excepción en el denominador, ya que éste tenía que ser un número distinto de cero. Efectivamente, ya vimos que no tenía ningún sentido dividir por cero. Considerábamos todos los pares ordenados de números enteros, exceptuando los pares ordenados que tuviesen un cero en la segunda componente, es decir,

Considerábamos el producto cartesiano del conjunto de los números enteros por sí mismo Exceptuando el cero en este segundo conjunto Con esta aclaración creo que pueden proseguir con la exposición Una vez que tenemos el conjunto de los pares ordenados de números enteros o de fracciones Definimos en este conjunto una relación de equivalencia Decimos que dos fracciones son equivalentes cuando el producto del numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda Es igual al producto del denominador de la primera fracción por el numerador de la segunda Esta relación de equivalencia como siempre produce unas clases de equivalencia Y un conjunto concreto

cociente. Cada clase de equivalencia está formada por todas las fracciones equivalentes entre sí, y a cada clase de equivalencia la llamamos número racional. Todos los elementos de una clase de equivalencia representan el mismo cociente. Por ejemplo, las fracciones tres medios y seis cuartos están relacionadas y representan el mismo cociente, pues al dividir tres entre dos se obtiene 1,5 y al dividir seis entre cuatro también se obtiene 1,5. El conjunto cociente que tiene como elementos estas clases de equivalencia es el conjunto de los números racionales. En este conjunto se pueden realizar siempre las operaciones suma, resta, multiplicación y división.

Con los números racionales hemos acabado el repaso que hoy pretendíamos hacer sobre los conjuntos de números que habíamos estudiado hasta ahora. El próximo día acabaremos el tema relativo a los números, dando una idea muy general de lo que son los números reales y los números complejos.

Gracias por ver el video.