

AC 10 89

Hola, buenas noches, con esta sintonía comenzamos el tiempo del curso de acceso directo para mayores de 25 años, el CAT. Hoy en el curso de acceso, matemáticas básicas, con el profesor Víctor Hernández Morales veremos las lecciones 8 y 9, lógica de proposiciones y combinatorio. Comenzamos esta noche nuestro programa de matemáticas básicas, está con nosotros el profesor Víctor Hernández, que nos hablará del capítulo 8 y 9 del libro de texto, buenas noches Víctor.

Buenas noches Isabel. Bien, el capítulo 8 nos habla de la lógica de las proposiciones, las oraciones de las que siempre se puede asegurar que son verdaderas o falsas, se llaman proposiciones o enunciados, pero nos podrías ampliar un poquito más este enunciado. Sí, en fin, como todos los, digamos, todas las apelaciones a la intuición que hace la matemática, pues tiene ciertas dosis de ambigüedad.

Con ello queremos decir que vamos a reflexionar sobre estructuras sintácticas que llamamos oraciones y de las cuales vamos a aceptar que tienen un valor de verdad, vamos a aceptar que son verdaderas o que son falsas, sin que esta aceptación presuponga una realidad objetiva de esa verdad o falsedad. Simplemente se trata de, si me lo permiten, de jugar a ver, a partir de esa aceptación del valor de verdad de una oración, ver cómo ese valor de verdad se puede transmitir a oraciones más complejas que estén formadas de esa serie de oraciones sencillitas sobre las cuales de antemano tenemos determinado una noción de verdad o falsedad. Es decir, que una proposición que no fuera verdadera o falsa, hay proposiciones que no tienen por qué ser rotundamente verdaderas ni rotundamente falsas, no sería una proposición.

Bueno, hay que matizar esto. Por ejemplo, un enunciado como el profesor de matemáticas es simpático. Puede ser algo que la mayor parte de la gente juzgue como falso o como verdadero, pero en mí das cuenta, es que unos lo juzguen falso y otros verdadero.

Pero en esa estructura lingüística hay algo que nos hace pensar que sobre ese hecho, sobre ese enunciado, puede juzgarse. Otra cosa es que aceptemos su verdad o su falsedad. Digamos, la clase de oraciones que no queremos considerar como proposiciones son ciertas oraciones ante las cuales nos vemos en una gran dificultad para imaginar que se pueda juzgar si son ciertas o falsas.

Por ejemplo, me gusta tu peinado. Esa es una oración sobre la que se puede juzgar si será verdad o será falsa. Pero sin embargo, si digo, peínate de esta manera, decir, peínate al estilo tal, ¿puede alguien decirme si eso es verdad o es falso? Si puedo, si ante esa frase yo puedo siquiera atreverme a juzgar, creo que no.

La expresión, la frase, peínate de este modo, está expresando un deseo. Digamos, no tiene un contenido lingüístico, no tiene una estructura sobre la cual podamos emitir nuestro juicio. De manera que, Isabel, la cuestión no es, como dije al principio, no es que exista una verdad o

falsedad objetiva de las oraciones, sino que tengan una estructura lingüística que nos permita juzgar acerca de ellas.

Bien, y hay proposiciones simples y compuestas, ¿qué diferencia o qué podemos decir de cualquiera de las dos o de las dos? Bueno, esta es una distinción que también nos surge de una manera intuitiva o relativamente intuitiva e inmediata en el momento en que reflexionamos sobre esta clase de oraciones. La oración de antes, el profesor de matemáticas es simpático, parece enunciar una única propiedad del sujeto, del profesor de matemáticas. Sin embargo, si pensamos o si reflexionamos sobre la frase, el profesor de matemáticas es simpático, pero no es muy guapo, estamos afirmando dos cosas del profesor de matemáticas, y en ese sentido se nos viene a la cabeza la posibilidad de esa frase concebirla como compuesta de dos afirmaciones más sencillas, que serían el profesor de matemáticas es simpático y el profesor de matemáticas no es guapo.

Surge así la posibilidad, digamos, de descomponer oraciones en oraciones más simples, y naturalmente la matemática va a aprovechar esto, porque si nosotros resulta mucho más fácil juzgar sobre la verdad o falsedad de lo simple, y luego lo que vamos a pretender es analizar de qué manera, una vez emitido ese juicio sobre lo simple, se puede averiguar el valor de verdad de lo complicado. Bien, el libro de texto nos habla de los conectores, ¿qué son los conectores y cuáles son? Pues los conectores son las operaciones, digamos, los modos de los que nos valemos para hacer precisamente esa creación de proposiciones compuestas a partir de proposiciones simples. En la proposición anterior que hablaba, habíamos dicho así, el profesor de matemáticas es simpático y no es guapo.

Bien, ahí, digamos, es la manera abreviada de unir, de enlazar dos proposiciones sencillas que vuelvo a enunciar. El profesor de matemáticas es simpático, el profesor de matemáticas es guapo. Y el nexa de unión entre esas dos proposiciones, perdón, sí, entre esas dos proposiciones son las partículas y, no.

La partícula y afirma la verificación simultánea de las dos propiedades, de las dos frases, de las dos proposiciones. Y la partícula no contradice a la segunda. Si te parece, hacemos un pequeño resumen de los conectores y volvemos sobre este ejemplo.

Sí, además, bueno, según he podido entender, la partícula y sería un conector de conjunción y la partícula no, uno de negación. Sí, claro, esa es la manera, digamos, más razonable de denominarlos. Si quieres, pues podemos empezar por el no, que quizás sea el más fácil de entender y el más sencillo.

El conector de negación, entonces. Sí, lo que llamamos la negación. Entonces, si nosotros partimos de una proposición, purita es rubia, simplemente añadiendo un no a la afirmación de esa proposición, obtenemos otra que diría, sí, purita no es rubia.

¿Y qué relación hay entre esas dos? Pues bien sencilla, si la primera, purita es rubia, es verdad, la segunda, purita no es rubia, es falsa. Y recíprocamente, si la segunda es verdadera, la

primera es falsa. Bueno, pues tenemos ya una primera forma de generar nuevas proposiciones a partir de proposiciones antiguas y con una gran sencillez hemos averiguado cómo deducir el valor de verdad de la generada a partir del valor de verdad de la que la genera.

El mismo caso tenemos con la conjunción a la que te referías. Si tenemos las dos, pensamos en dos afirmaciones acerca de purita. Purita es rubia y purita, o mejor dicho, y purita es inteligente.

¿Qué estamos haciendo al añadir ese *y* que conecta dos frases, cada una de las cuales por separado afirma algo de nuestro sujeto? Estamos añadiendo, estamos creando una frase que tiene el sentido de afirmar la simultaneidad de las dos propiedades que por separado enuncia cada una de las proposiciones. La primera nos afirma que purita es rubia, la segunda nos afirma que purita es inteligente y al conectar, de ahí el nombre, al conectar esas dos proposiciones con la *y*, creamos una tercera proposición, su conjunción, que afirma la simultaneidad de las dos propiedades. De esta suerte, la conjunción será verdadera cuando lo sean las dos proposiciones que estamos fundiendo con ese conector.

Luego podríamos hablar de la disyunción, ¿sería un ejemplo decir purita es rubia o coqueta? Sí, es un ejemplo muy preciso de la disyunción. La disyunción lo que afirma es la verificación de una de las dos propiedades. Entendemos que ese enunciado será verdadero siempre que purita tenga alguna de las dos condiciones que se están uniendo mediante el conector disyunción.

Si purita es rubia, o por una parte, o purita es inteligente o coqueta, si cualquiera de esas dos cosas es verdadera, en particular si lo son las dos mejor que mejor, entenderemos que la disyunción es correcta, es verdadera mejor dicho. Bien, ¿y el condicional? El condicional es una forma muy importante y en todos los idiomas presenta una gran diversidad de generar enunciados compuestos. Estrictamente hablando, no es un conector, es una generación de proposiciones compuestas que se puede escribir en términos de los tres conectores que hemos visto anteriormente que son, digamos, las tres piezas clave, pero por su generalidad conviene conocerlo.

La estructura sintáctica del condicional, me gusta decirlo así, si tal cosa, si una proposición, entonces otra proposición. Es decir, el conector enlaza dos afirmaciones con un si entonces. Vamos a poner un ejemplo, si por fin llueve se llenarán los embalses, si por fin llueve entonces se llenarán los embalses.

¿Qué pretendemos decir al enlazar estas dos proposiciones más simples? Por fin llueve o simplemente llueve y la proposición se llenarán los embalses. Las estamos enlazando mediante esta estructura del si entonces y de manera también relativamente intuitiva parece desprenderse que nuestra afirmación será verdadera cuando siendo verdadero lo que acompaña al *si*, siendo verdadero, diríamos, la hipótesis de ese condicional, lo sea la consecuencia que el condicional afirma, lo sea la proposición que acompaña al entonces. Bien, entonces, un poco para hacer resumen, los conectores serían la negación, la conjunción, la

disyunción y el condicional, un poco como mezcla de los tres conectores.

Sí, bueno, se puede obtener por distintas combinaciones de esos tres conectores. Hay otro epígrafe en el libro de texto que nos habla del cálculo de valores de verdad, algo que parece un poco, nos quiere explicar un poco qué es esto. Sí, el cálculo de valores de verdad se refiere a hacer, a llevar a la práctica ese programa al que me refería antes, que consistía en partir de piecitas muy pequeñas, de frases muy simples, sobre las cuales juzgamos acerca de su valor de verdad, construir proposiciones más complicadas, compuestas, las llevamos, mediante los conectores apropiados, y luego deducir el valor de verdad de las proposiciones complicadas a partir del valor de verdad de las simples, y de unas pequeñas tablas que nos recuerdan, pues a las tablas de la aritmética, que son las tablas que nos enseñan a operar los valores de verdad con los distintos conectores.

De una manera bastante informal, pues nos hemos referido aquí, pues un poco a esa aritmética. Por ejemplo, pues sería para el conector conjunción, verdad y verdad es igual a verdad, mientras que verdad y falsedad es igual a falsedad. Y, en fin, habría que completar la tabla, pero quiero un poco presentarlo de este modo.

Digamos, es una pequeña aritmética de la aritmética de la verdad, podríamos llamarlo, semejante, pues a lo que aprendíamos cuando éramos pequeños. Aprendíamos que 2 y 2 son 4, 2 y 3 son 5, 2 y 4 son 6, es decir, que aprendíamos los números por una parte, y luego aprendíamos unas tablas que nos daban los resultados de las operaciones con los primeros números. A partir de eso, pues ya seríamos, ya somos capaces de hacer cálculos más complicados.

Tienes, Víctor, algo más que añadir en cuanto al capítulo 8. Pues, mira, me gustaría decir que quisiera que los alumnos entendieran esta lección como, con cierto cariño. Es una lección que les enseña, aparte de esta aritmética que presenta el carácter más matemático del capítulo, esta aritmética de la verdad a la que nos referíamos antes, pero también les puede enseñar a descubrir, a hacer, digamos, un análisis lógico de las sentencias, de las oraciones, de las afirmaciones expresadas en su vertiente más verbal, más corriente. En la lección hay un buen número de ejercicios que están dedicados a esto, a ser capaces, a partir de una sentencia, de descubrir su estructura lógica, de simbolizarlo mediante proposiciones elementales y averiguar qué conectores son los adecuados para, de esta manera, digamos, hacer la radiografía lógica de una afirmación.

Vamos a pasar ya al capítulo 9. El capítulo 9 nos habla de combinatoria. ¿Qué es la combinatoria? Pues la combinatoria es el arte de contar. Es la definición, creo que, más simple y más ajustada de esta rama de la matemática.

Contar es una cosa que, a primera vista, se nos puede antojar muy simple. Pues, no sé, para contar las monedas que tengo yo en el bolsillo no tengo que hacer un gran esfuerzo, entre otras cosas porque tengo los números ya a mi disposición. Si no fuera así, pues también podría ingeniármelas porque las monedas que tengo en el bolsillo son pocas.

Pero, si se trata de contar un conjunto ya que sea bastante numeroso, pues el problema puede ser más largo. Entonces, en esta lección pretendemos hacer una introducción a las ideas más simples y, al mismo tiempo, más formativas que nos enseñan a contar. Hay dos métodos para contar.

¿Qué nos puede decir del primer método para contar? Bueno, esta es una forma un poco, digamos, profesoral de presentarlo. Si vamos al concepto más abstracto de contar, tendríamos que decir, tendríamos que imaginar las cosas así. Contar es averiguar cuántos objetos, cuántos elementos tiene un conjunto.

La primera manera que se nos antoja consistiría en poner en fila, simplemente poner en fila los objetos de ese conjunto. Una vez puestos en fila, pues bien con la ayuda de los dedos, si no andamos muy diestros, o simplemente mentalmente iríamos contando el primero, el segundo, el tercero, el cuarto, y así hasta llegar al último. Ese proceso mental que estoy siguiendo ahora, de imaginar que voy pasando mi dedo por los elementos puestos en fila, y en mi cabeza voy añadiendo pasos a ese contador que tengo primero, segundo, tercero... Ese procedimiento mental, insisto, si tengo que explicarlo de una forma matemática, diría que estoy estableciendo una correspondencia biyectiva entre los elementos del conjunto que me ha sido dado, y un conjunto de números de la forma 1, 2, 3, 4... hasta el número que sea.

Ese último número que preciso para establecer esta correspondencia biyectiva me va a indicar precisamente cuál es el cardinal del conjunto. Visto así, contar es averiguar quién es ese último número que permite establecer una correspondencia biyectiva entre los elementos del conjunto dado, y un cierto conjunto de los primeros números naturales. ¿Este sería un método y algún otro? Sí, bueno, como te dije antes, para, digamos, para llevar a buen puerto este primer método ingenuo de contabilidad, cuidado porque es ingenuo y simple, pero da buenos resultados, muy buenos resultados en problemas complicados.

Pero bien, para conseguir esto he necesitado poner en fila los elementos de mi conjunto, y eso muchas veces no es tan fácil. Por ejemplo, si yo quiero contar cuántas quinielas distintas, es decir, cuántos pronósticos distintos se pueden hacer en una quiniela, pues no es tan fácil ya ponerse de acuerdo en cómo se deben escribir en fila todos esos pronósticos. Ni siquiera, aunque busquemos, digamos, una ordenación de los pronósticos, ni siquiera es muy simple tampoco escribirlos, porque son innumerables.

De manera que en cuanto chocamos con un problema en el cual el alinear, por así decir, los elementos del conjunto a contar, es un problema arduo, pues el primer método, el método sencillo, no resulta de gran utilidad. Hay que buscar otras ideas, pues un poco más jugosas para este tipo de problemas. Vamos a imaginar un poquito con este caso de las quinielas, por cierto, y saber que yo ahora, como no soy muy aficionado a esto, las quinielas tienen 14 partidos o 15 partidos? Pues creo que son 15.

Entonces vamos a pensar un poco en los pronósticos de la quiniela. Nosotros tenemos que rellenar 15 casillas, tenemos 15 filas que son los partidos, y en cada una de esas casillas

podemos escribir uno de tres símbolos, el 1, la x y el 2, y las cosas han cambiado desde que hice alguna quiniela. Bueno, insisto, pues pronto comprendemos que hay muchísimas maneras distintas de rellenar el boleto, y por consiguiente, pues desistimos de intentar escribir todas las maneras posibles en fila.

Pero vamos a pensar un poco, digamos, cómo podría ser la construcción, si alguien nos pusiera el castigo de escribir todas las maneras distintas en que puede rellenarse ese boleto, tendríamos que elegir algún orden, alguna forma ordenada, tenemos alguna secuencia ordenada tenemos que encontrar, porque si no tarde o temprano es fácil que repitamos alguna de las maneras que ya hemos escrito antes. Y, por ejemplo, pues esa manera ordenada podría ser, pues mira, vamos a empezar fijando un 1 en el primer partido, y un 1 en el segundo, y un 1 en el tercero, y un 1 en los 14 primeros, y luego vamos a variar el último. Entonces, en el último podemos escribir 1, podemos escribir 2, o podemos escribir x. Y este procedimiento y lo repitiendo una y otra vez.

Si se hace con calma, ya empezamos a intuir que hay por aquí un camino para escribir todos los boletos. Pero, en resumidas cuentas, estrictamente, ¿en qué consiste esto? Pues consiste en, para escribir un boleto concreto, debo elegir cuál es el símbolo que voy a asignar al primero de los partidos. Ese símbolo, el del primero, lo puedo elegir de tres maneras.

Supongamos que ya lo he escrito, no os digo cuál he puesto, pero imaginemos que ya he hecho una elección entre esas tres posibles. Y ahora voy al segundo. ¿Qué pongo en el segundo? También tengo tres elecciones, tres símbolos a mi disposición.

Puedo elegir uno de esos tres. Bueno, pero ahora pienso, vamos a ver, la cosa está que, por cada manera de elegir el primer símbolo, el símbolo que elegí para marcar, para completar el primer partido, tengo tres maneras a mi disposición de elegir el símbolo que voy a usar para el segundo partido. Por consiguiente, si el primero se puede elegir de tres maneras, y por cada una de esas maneras tengo tres maneras de elegir el segundo, en total hay tres por tres, nueve maneras de elegir el símbolo del primer partido y el del segundo partido.

Y esta idea procede, continúa con la misma fluidez que acabamos de manejar para los dos primeros partidos. Supongamos que hayamos fijado ya el símbolo del primero y el símbolo del segundo, y vamos a rellenar la tercera casilla, la del tercer partido. De nuevo hay tres elecciones a nuestra disposición.

Y por cada elección del primero y del segundo, puedo elegir de tres maneras distintas lo que quiero escribir para el tercer partido. Por consiguiente, si hay nueve elecciones, hay tres por tres elecciones del primero y el segundo, tendré tres por tres, por tres elecciones distintas del primero, el segundo y el tercero. Repito todo esto basado en la observación de que fijada la del primero y fijada la del segundo, sigo teniendo tres alternativas a mi disposición.

En resumen, rellenar una quiniela consiste en hacer 15 elecciones. Cada elección consiste en elegir una cosa entre tres. Y como por cada elección anterior, fijada la elección concreta

anterior, en cada caso tengo tres elecciones a mi disposición, el número total de elecciones será tres por tres, por tres quatorce veces, perdón, quince veces, es decir tres elevado a quince.

Esta manera, me gusta llamarla constructiva, es como si en la cabeza estuviésemos imaginando el proceso efectivo y penoso de rellenar todos los boletos posibles. Y en cuanto a modelos de combinatoria, tenemos las ordenaciones, los subconjuntos ordenados y los subconjuntos, ¿qué nos podrías decir? Sí, cualquiera de estos modelos o patrones se puede generar a partir de esta idea anterior del procedimiento constructivo, de generar, de imaginar que estamos escribiendo todos los objetos del conjunto que nos han dado. Pero por la frecuencia con que aparecen en algunos problemas, conviene conocer ciertos patrones que, insisto, se repiten muy a menudo.

Y esos patrones, pues son los que has mencionado, por ejemplo, el de los subconjuntos, que he dicho con palabras, pues también lo podemos decir y puede enterarse todo el mundo, porque es una cosa bien sencilla. Si yo tengo un conjunto compuesto por n objetos y quiero seleccionar k objetos entre los n que componen ese conjunto, el número de maneras distintas de hacer esa selección es un número que llamamos n sobre k . El sentido aritmético que tiene esta expresión la podéis encontrar en el libro, y el por qué también, que es bastante sencillo. Pero sin embargo, si me quedo con esa idea patrón, de que el número de elecciones posibles de k individuos, por ejemplo, entre n individuos es n sobre k , pues a partir de ese patrón puedo, digamos, rápidamente generar otros razonamientos cuando tengo que enfrentarme con un problema de contar.

Pues muy bien, Víctor, no tenemos tiempo para más. Nos veremos en el próximo programa. Gracias, Isabel.

Con el curso de acceso acaba la programación de la UNED en el día de hoy. Mañana comenzaremos a nuestra hora habitual, ocho y media de la noche, siete y media en la Comunidad Canaria. Nuestro primer programa será psicología hoy.

Continuaremos con matrícula abierta. A las nueve y cuarto, revista de ciencias de la educación. Para acabar, el curso de acceso y la asignatura de introducción a la economía.

Recordar que mañana os esperamos aquí, en Radio 1 FM, de Radio Nacional de España. Hasta mañana, muy buenas noches.