

La Iglesia de Jesucristo de los Santos de los Últimos Días Hola, buenas noches. Les damos la bienvenida al tiempo del curso de acceso directo a la universidad para mayores de 25 años, el CAD. Esta noche en nuestro programa, tres espacios. Comenzaremos con matemáticas básicas, después lengua española y acabaremos con lengua y cultura alemana.

Esta noche nuestro programa de matemáticas básicas nos acompaña el profesor Eduardo Ramos. Muy buenas noches. Buenas noches Isabel y de nuevo un saludo muy cordial a todos los alumnos del curso de acceso. Esta noche vamos a tratar los temas 6 y 7 que nos hablan de la matemática de los conjuntos y el tema 7 de aplicaciones y funciones. Y podemos empezar por este primer tema, la matemática de los conjuntos. Los conjuntos, sus operaciones, sus relaciones y sus transformaciones. Pero en principio, ¿qué es un conjunto? Si me permites antes de meternos a comentar estos capítulos 6 y 7, quise hacer una pequeña llamada de atención al momento del curso en el que estamos. Esta es según mi experiencia de sus momentos del curso, estamos a mediados. A veces quizás algunos han perdido ya las energías del comienzo. Todavía ven por otra parte los exámenes finales muy lejos y es el momento en el que no hay que... Bajar la guardia, no hay que...

mantener el hábito de estudio porque los tiempos pasan sin que nos demos cuentas acerca del mes de mayo y junio en el que tendremos que examinarnos de estas materias una palabra de ánimo, una palabra por supuesto de constancia y mantener, insisto, ese hábito de estudio me preguntaba efectivamente como comentabas, como me decías hoy nos toca hablar de las matemáticas de los conjuntos y de las aplicaciones y funciones este bloque de lecciones hasta ahora habíamos estado trabajando en una de las grandes ideas de las matemáticas los números y los aspectos geométricos la red para los planos son conceptos matemáticos bastante familiares o populares sobre todo los temas de los números y nos adentramos en un bloque de lecciones las lecciones 6, 7 y 8

que son un poquito más abstractas. Quizás son ese bloque que nos va a servir mejor para hacer esa gimnasia intelectual que comentamos al principio del curso era uno de los objetivos de las matemáticas en el curso de acceso, que es aquello de adquirir la disciplina y el rigor preciso para el trabajo intelectual que pone la guía del curso. Son lecciones un poquito más abstractas, que manejan conceptos más que en el dominio de las ideas, a lo mejor en la primera aproximación menos familiares, los números son, las rectas y los planos son cosas que se ven más, pero son lecciones que nos van a servir mucho para reflexionar en abstracto, para familiarizarnos con conceptos teóricos que van a ser muy útiles en cualquiera de las carreras que se vaya a empezar el curso que viene.

La teoría de conjunto de aplicaciones, lo que se trata en definitiva es de expresar con unos cuantos conceptos simples, lo más generales posibles, aquellos fundamentos del pensamiento científico. Se pretende dar una formulación abstracta de estos conceptos, se pretende hacer una manipulación de ellos en el dominio de las ideas, en principio de forma independiente de la idea intuitiva en la que se basan, aunque lógicamente todas estas ideas de conjunto de aplicaciones tienen también unos sustratos reales y unos ejemplos muy evidentes y muy sencillos. Entonces, en definitiva, lo que intentan hacer estas lecciones y estas ideas de conjuntos, aplicaciones y la lógica de proposiciones es proporcionar al pensamiento científico algunas reglas para crear el conocimiento. Prof. Ramos, cuando hablamos entonces de conjuntos y elementos, ¿de qué estamos hablando?

Esas son las dos ideas primitivas. Cuando uno empieza a cuestionárselo todo, a no dar por creído nada. La idea de conjunto, la implícitamente la hemos estado manejando en este curso, hablar del conjunto de los números naturales, del conjunto de los números enteros. Pero en este momento nos despojamos de todos los conocimientos, partimos de que no sabemos nada e intentamos definir y empezar a construir el edificio de las matemáticas. Y nos damos cuenta que para construir este edificio rápidamente necesitamos unos primeros ladrillos o pilares básicos en que apoyarnos. Esa es la idea de conjunto y de elemento, que en esta teoría son conceptos que no se definen. Son los únicos conceptos que no se definen, que se dan por supuestos y por conocidos por todos los que empiezan. Ahora. Y entre conjunto y elemento se establece una relación, que es la relación de pertenencia, que nos indica si un elemento dado pertenece o no pertenece al conjunto. Insisto, estos son los únicos conceptos que no se definen.

forman las bases en las que se siente la teoría de conjuntos y esta idea creo que es importante porque a partir de aquí todas las demás cosas que se construyen en la teoría de conjuntos sí ya se van a basar en precisamente la idea de conjunto y la idea de elemento que son los conceptos primitivos. Por ejemplo, se habla de inclusión de conjuntos. Efectivamente, aparecen ya las operaciones, la idea de inclusión, la idea de unión y la idea de intersección, que son las operaciones básicas que se definen en términos de

conjuntos al cual pertenecen tales y tales elementos. Por poner un ejemplo, esto no voy a detenerme en explicar todas las definiciones de esta teoría, pero por poner un ejemplo, la intersección de conjuntos es un nuevo conjunto, de nuevo siempre a la palabra, al cual pertenecen, otra palabra básica, los elementos, otra palabra básica, que están en el primer conjunto y que son los elementos que pertenecen a la palabra. Y que son los elementos que pertenecen a la palabra. Y en el segundo conjunto, simultáneamente. Los comunes. Los comunes. Los comunes.

la idea de la intersección. Entonces, ese es un nuevo conjunto que se define a base de elementos de los conjuntos que se están intersecando. De manera similar se hace la unión, se hace el complementario, se definen otras, el conjunto en particular hay una idea un poquito más abstracta, como es el conjunto vacío, que no tiene elementos, el conjunto universal o conjunto de referencia, que son consideraciones que necesita la teoría para cerrar bien la idea de partes de un conjunto. En fin, todos estos conceptos es necesario, muy necesario, estar muy familiarizados con ellos, porque son, digamos, ideas importantes desde el punto de vista intelectual, de la reflexión sobre estas cosas. ¿Y se puede operar entonces con conjuntos? Sí, ya hemos dicho que estas operaciones básicas, unión, intersección, complementación, y luego de estas, de las propias definiciones, y manipulando estas definiciones en el dominio de las ideas, como entes de razón que son, como conceptos. Y los conceptos abstractos que son, pues llega a un...

a una serie de propiedades que están ahí explicadas en el punto 6.5 del libro. Por ejemplo, ideas que son intuitivas, que son sencillas, pero que tienen una demostración rigurosa con la demostración y las exigencias de la lógica formal que luego estudiamos incluso en una de las lecciones siguientes. Por poner un ejemplo de lo que quiero decir, la primera propiedad que manejamos en este texto, es la intersección de un conjunto consigo mismo, es el propio conjunto. Esto es una propiedad que es intuitiva, pero que responde, es una consecuencia lógica, natural, evidente de la propia definición de intersección.  $A \cap A = A$ . Intersecado con A es igual a. Estas propiedades, de las cuales ya digo que hay varias en el libro, hay que relacionar dos conjuntos en una operación, o incluso las dos operaciones, la unión y la intersección, y la complementación. Las propiedades son las famosas...

conocidas leyes de Morgan, pues insisto que son propiedades que merece la pena trabajar, familiarizarse, manipularlas y de alguna manera disfrutar con la lógica y la contundencia que tienen estas expresiones que son todas consecuencia exclusiva de las definiciones y los mecanismos de razonamiento lógico. Aquí también se habla del diagrama de Venn. Bueno, ya sabemos porque en lecciones anteriores lo hemos visto lo que es un diagrama, pero ¿diagrama de Venn qué es exactamente? Sí, hay un invento matemático, dividido en un matemático que se llamaba John Venn, que mediante cuadrados, círculos o zonas del plano permite identificar una determinada región, ¿de dónde? del papel o del plano, de la cuartilla en la que estemos dibujando con determinados conjuntos. Estas son ideas intuitivas.

ideas que nos permiten vislumbrar por dónde van las cosas. Y bueno, rayando una zona, vemos que esa zona representa un conjunto, rayando otra zona representa otro conjunto, la zona doblemente rayada representa la intersección, la zona que tiene al menos alguna raya es la unión, la zona que no tiene ninguna raya es el complementario de un determinado conjunto, etc. Con este tipo de ayudas visuales, muy intuitivas y muy simples, podemos descubrir o intuir por dónde van determinadas propiedades o determinadas características de las operaciones que se hacen entre conjuntos. No es un método de demostración, los métodos de demostración en matemáticas son rigurosos, son formales, son utilizando exclusivamente las definiciones y la manipulación de las definiciones en el dominio de las ideas, como estoy repitiendo constantemente. Pero sí son métodos que ayudan a vislumbrar por los resultados que se van a dar.

o que no se van a dar, esto va a ser verdad o aquello no va a ser verdad. Entonces, esa idea de representar los diámetros de Benckes, intuitivamente es muy simple, muy fácil y muy comprensible, pues sirven para descubrir, intuir, prever algunas o varias de las propiedades que relacionan las operaciones entre conjuntos. Y también es una parte de la lección que conviene tener cierta familiaridad con ella. Y con esto terminamos este tema 6 y entramos en el tema 7. Perdona, me parece, hay aquí también una pregunta que también suele caer con frecuencia en las pruebas de evaluación, tanto en las distancias presenciales, que es lo que se habla del cardinal de un conjunto. Especialmente una fórmula que nos... ...de la unión de un conjunto relativo a las cardinales de los conjuntos que...

están uniéndose y su intersección. Bueno, el cardinal del conjunto no es ni más ni menos que el número de elementos que tiene un conjunto determinado. Esa identificación que hay, todos los conjuntos que tienen un determinado número de elementos, 4, 5, 6, tienen cardinal 6. Y ahí, insisto, hay una fórmula que da al cardinal de la unión como la suma de los conjuntos que se están uniéndose, pero ahí hay que restarle a esa

suma los elementos que están en la parte común, en la intersección, porque se cuentan dos veces. Una vez la primera vez cuando se cuentan en el primer conjunto, otra vez cuando se cuentan en el segundo conjunto y en la unión, como se sabe, solo aparecen una vez. Bueno, esa fórmula también nos permite resolver numerosos problemas e interrogantes sobre, en fin, conjuntos que tienen o verifican tal o cual propiedad o cuántos elementos de un determinado conjunto tienen. Y en el segundo conjunto verifican tal o cual propiedad.

Y es un poquito más latoso, seguramente, pero también es interesante razonar sobre ello, porque exige un esfuerzo intelectual muy útil, que es el razonar sobre acotación de cardinales, que es el punto 673. Pregunta o ideas que salen también con mucha frecuencia en las pruebas. ¿Y qué es la acotación de cardinales? Bueno, es razonar sobre si el cardinal de la intersección de un determinado conjunto tiene que estar comprendido de tales o cuales límites, o tiene que ser mayor que esto o menor que aquello. En fin, ver una serie de ideas o de lógicas que tienen los números de elementos que hay en un determinado conjunto, en otro determinado conjunto, en su unión, en su intersección, etc. Esto es la mejor manera de verlos con los ejemplos que están en el libro y razonar sobre ello. Pero, insisto, son ideas que, en mi experiencia, a muchos le cuestan en una primera aproximación.

Por lo cual, insisto en que se repasen, sobre todo con los ejercicios propuestos, etc. Sí, eso es lo que iba a preguntar antes de pasar al tema siguiente. ¿Se trata aquí de recomendar que hagan todos los ejercicios que puedan? Bien, eso es una, como siempre, recomendación general. Yo estoy aquí hoy en estos puntos que me parecen siempre, por mi experiencia con otros cursos y otros estudiantes, un poquito más a veces conflictivos o de difícil comprensión, pues insistir en que se haga un pequeño esfuerzo sobre ellos. Y pasamos ahora sí al tema siete, que nos habla de aplicaciones y funciones. ¿Una aplicación y una función podríamos decir que es una transformación o no? Sí, siguiendo en esta línea de la parte de los fundamentos de las matemáticas, otra idea que se intenta formalizar o que se formaliza, mejor dicho, en esta lección, es la idea de transformación, el paso de un determinado conjunto, origen de un determinado conjunto, desired condition, meaning, stable condition, el modo de operar que publica la rata positiva en sujetas bound. Bueno, yo creo que la rata positiva es la rata positiva. ¿Puedo escribirlo?

destino o imagen. Entonces, la formalización de la idea de transformación, la idea de cambio, la idea de fluctuación, la idea de modernización, esa en matemáticas cae dentro de lo que se llama una aplicación, o en el caso de que los conjuntos que se estén relacionando sean números, se suele llamar función. Esa es la diferencia entre aplicación y función. En realidad ese es el concepto. La aplicación es una idea entre conjuntos cualesquiera o generales y por razones históricas, cuando los conjuntos que se están relacionando son conjuntos de números, como los números reales o los números enteros que manejamos en lecciones anteriores, suele reservarse o especializarse la palabra y hablar de funciones. Entonces, la idea importante es la de aplicación. La de aplicación está relacionada con los conjuntos A y B. Y lo que es importante, lo que es la clave de una aplicación, es que todo elemento del primer conjunto, el conjunto A, tiene relacionado con él.

asociado a un elemento del segundo conjunto y uno solo. Esa es la idea clave de aplicación. Otras posibles relaciones existentes entre dos conjuntos que no tengan esas características no se denominan aplicaciones formalmente. Se pueden llamar correspondencias en otros contextos, en otros aspectos de las matemáticas, pero la palabra aplicación se reserva exclusivamente para un tipo de relaciones entre dos conjuntos que tienen esa característica. Todos los elementos del primer conjunto tienen alguno relacionado con el en el segundo y uno solo. Si no, no es aplicación la relación. Esto es una precisión importante porque es una idea que se tiene que quedar muy clara. Precisamente esto es lo que distingue, es la típica pregunta sobre este tema. Se presenta una determinada relación y hay que identificar si cumple o no cumple las características de aplicación para responder es aplicación o no lo es. Insisto. Hay que ver si cumple.

esa definición. Todos los elementos tienen una imagen, que así se llama, relacionado normalmente, también una palabra técnica, en el segundo conjunto y una sola. Tenemos también tipos de aplicaciones diferentes. Sí, aquí también hay varios conceptos que hay que tener familiar con ellos, pues lo que es la preimagen, en fin, la imagen de un conjunto dado, y en particular hay tres nombres que se estudian en el punto 7.5, bajo el título de tipo de aplicaciones, que son inyectiva, sobreyectiva y biyectiva, que son aplicaciones que tienen alguna propiedad adicional. Quizás es de las definiciones que mejor responden a esa idea de lo que es algo abstracto, un concepto abstracto matemático, aunque efectivamente hay sustratos reales, la preimagen. La pregunta clave aquí es si se le presenta a uno una situación en la que...

una relación entre los conjuntos, es esta, y hay que ver si cumple el reglamento, la definición, es decir, esto es una aplicación, es inyectiva porque pasa esto, o no es inyectiva porque no pasa, lo que significa la definición de inyectiva. Entonces, efectivamente, el comprender esto cuando los estudiantes tienen ya cierta solidez en estos temas, es que una aplicación es inyectiva o no, es una evidencia como que dos y dos son cuatro, entonces precisamente hay que intentar conseguir esa familiaridad con estos conceptos, la idea de inyectiva, la idea de subyectiva y la idea de biyectiva, que son, insisto, conceptos abstractos, con aplicaciones en muchos campos y en muchas situaciones, pero que aquí el objetivo de entender esto es eso, hacer esfuerzos sobre el razonamiento abstracto. Pero que una vez que se entiende y se comprende el concepto, pues es fácil diferenciar una de otra, ¿no? Sí, como casi todas las cosas en matemáticas, cuando uno...

es familiar con ello, pues no tiene grandes dificultades para descubrirlo al primer golpe de vista las cosas. Esto al principio cuesta un poco, pero bueno, como repetimos la recomendación anterior, hagamos varios ejemplos de ello hasta que descubramos cómo funcionan estos mecanismos de la definición. ¿Qué podemos destacar de la lección? ¿Otras cosas podemos destacar? Hay otro tema, como es la composición de aplicaciones, que también es un tema interesante, repetir la idea de aplicación cuando hay tres conjuntos, uno que hace de puente entre el primero y el tercero, pues puede haber llegarse del primero al tercero a través de dos aplicaciones. Las ideas de funciones de aplicaciones entre conjuntos de números, la idea de funciones, la gráfica de una función, todo ese tipo de... y el punto de corte entre dos gráficas, esos puntos que son... que completan... ...que completan la lección 7, pues también son...

ideas y temas que conviene trabajar y reflexionar sobre ellos. Profesor Ramos, aunque nos queda poco tiempo, pero sí me gustaría en los últimos minutos, pues hemos visto los números, distintos tipos de números, hemos visto también geometría, ahora hemos entrado ya en estos dos temas de conjuntos, de aplicaciones y funciones, y como ha dicho al principio, pues es el Ecuador, ya yo creo que pasado el Ecuador, porque ya en este mes de febrero, pues ya va quedando menos. ¿Consejos, algún consejo a los alumnos, aparte de no desistir, que por supuesto ese es el primero, de tipo práctico, pues para ya encarar el examen? Sí, lo dije al principio del programa y vamos a finalizar de nuevo con la misma recomendación. No descuidemos, es la etapa en la que seguramente desde el punto de vista psicológico, metodológico, el alumno tiene que hacer un pelín más de esfuerzo, un pelín más de esfuerzo.

Los exámenes, las pruebas, el momento de rendir cuentas está aparentemente lejos, pero el tiempo pasa volando. Y como hemos comentado a lo largo de todos estos programas, las matemáticas necesitan estudio constante, necesitan reflexión. Y hoy estamos manejando, precisamente en estas lecciones, conceptos abstractos, sobreyectiva, diyectiva, diyectiva, que a lo mejor en una primera lectura cuestan, no se entiende bien de qué nos están hablando, y después de unos días o minutos u horas de reflexión aparecen evidentes. Eso es lo que nos interesa o sería importante recalcar en este ecuador del curso. Constancia en el trabajo, constancia en el estudio, que el premio merece la pena. También sería el momento de aquellos alumnos que no... puedan ir a las clases...

a los profesores tutores o a, en fin, informarse en la sede central, pues de que es el momento de que si tienen dudas ahora se acerquen lo que puedan, pero se acerquen porque si se van acumulando las cosas pues va mal. Por supuesto, utilizar los medios de contacto tanto con profesores tutores como con profesores de la sede central, el correo, el teléfono, la cercanía del teléfono y los correos electrónicos que en estos momentos son cada vez más populares como vías de contacto y de, en fin, de despejar dudas y de afianzar conceptos. Pues muy bien, hasta aquí nuestro programa, nos encontraremos de nuevo en el próximo. Muchas gracias. Pues muchas gracias a todos los alumnos por su atención y hasta un próximo programa. Gracias.