

AC 15 3

Matemáticas especiales. Unión e intersección de conjuntos. Emisión número 3. Fecha de emisión 17 del 10 del 79.

Vamos a repasar brevemente los conceptos que vimos en la emisión anterior. Como recordarán, eran los de conjunto vacío, conjunto universal, conjunto complementario y conjunto de las partes de un conjunto. ¿Cómo definíamos el conjunto vacío? El conjunto vacío.

El conjunto vacío es el conjunto que no tiene ningún elemento. Yo creo recordar también que decíamos que el conjunto vacío era subconjunto de cualquier conjunto. Muy bien.

¿Y a qué llamábamos conjunto de las partes de un conjunto? Partimos de un conjunto E . Llamamos conjunto de las partes de E al conjunto cuyos elementos son todos los subconjuntos de E . Entonces, ¿es correcto decir que los elementos del conjunto de las partes de E son a su vez conjuntos? Efectivamente. Es muy interesante observar que respecto a las relaciones de inclusión y pertenencia, se puede afirmar que los subconjuntos de E pertenecen al conjunto de las partes de E y que a su vez, como conjuntos, están incluidos en E . Siguiendo con el repaso, recuerdo que al conjunto E le llamábamos conjunto universal. También veíamos que el conjunto universal era un conjunto cualquiera.

Bien. Siempre que construyamos el conjunto de las partes de un conjunto E y trabajemos con sus elementos, llamaremos a este conjunto E conjunto universal. También veíamos en la emisión anterior cuál era el concepto de conjunto complementario.

¿Lo recuerdan? Creo que sí. Dado un subconjunto A del conjunto universal E , llamamos conjunto complementario de A en E al conjunto formado por todos los elementos de E que no pertenecen al conjunto A . A continuación, veíamos que todo subconjunto de E tenía un complementario. Han captado ustedes perfectamente el concepto, ya que cuando hablamos de complementario, debemos decir de quién es complementario y en qué conjunto, tal como ustedes han explicado.

Para completar el repaso, sería interesante ver un caso peculiar de conjuntos complementarios. ¿Cuál sería el complementario del conjunto vacío en un conjunto E ? Bien. Voy a intentar aplicar la definición.

Sería el conjunto formado por todos los elementos de E que no pertenezcan al conjunto vacío. Entonces, como el vacío no tiene ningún elemento, ¿este conjunto estaría formado por todos los elementos de E ? Efectivamente. El conjunto complementario del conjunto vacío en E está formado por todos los elementos de E . Es decir, el complementario del conjunto vacío es el conjunto universal.

Por lo tanto, el complementario del universal es el conjunto vacío. Necesariamente, ya que si un conjunto es complementario de otro, este último será complementario del primero. Habiendo

terminado el recordatorio de lo que vimos en la emisión anterior, pasemos a introducir una nueva definición.

Vamos a considerar estos dos conjuntos, el formado por los números 1, 2, 3 y 4, y el formado por los números 2, 4 y 6. Reunan ustedes los elementos de estos dos conjuntos en uno solo. Obtenemos el conjunto cuyos elementos son 1, 2, 3, 4 y 6. Me parece más lógico incluir dos veces el elemento 2 y dos veces el elemento 4, ya que pertenecen a los dos conjuntos de partida. No tiene sentido el incluir dos veces el mismo elemento en un conjunto, ya que un elemento pertenece o no a un conjunto, y según la idea de conjunto es absurdo que un elemento pertenezca dos veces al mismo conjunto.

Bien, siguiendo con el ejemplo, al reunir los elementos del conjunto formado por los números 1, 2, 3 y 4 con los del conjunto que tiene al 2, 4 y 6 como elementos, obtenemos el conjunto de los números 1, 2, 3, 4 y 6, como dijo antes su compañero. A este nuevo conjunto le llamamos unión de los dos conjuntos de partida. Entonces, el conjunto unión será el que contiene todos los elementos de los dos conjuntos de que partimos en cada caso.

Ahora, dicho de forma más rigurosa, dados dos conjuntos A y B, llamamos conjunto unión de ambos al conjunto formado por los elementos que pertenezcan al conjunto A o al conjunto B. Voy a repetirlo. Dados dos conjuntos A y B, llamamos conjunto unión de ambos al conjunto formado por los elementos que pertenezcan al conjunto A o al conjunto B. Podríamos ver un ejemplo en que los conjuntos de partida se definieran por comprensión. Bien.

Consideremos el conjunto formado por los hombres casados y el formado por los hombres mayores de 25 años. El conjunto unión de ambos sería el formado por los hombres casados o mayores de 25 años. Pues me parece muy, muy sencillo.

En efecto. Sin embargo, deben retener que para definir por comprensión la unión de dos conjuntos, debemos enunciar las dos propiedades que definían los conjuntos de partida, enlazadas. Y esto es lo esencial.

Enlazadas mediante la conjunción disyuntiva O. Así, decimos en el ejemplo anterior, el conjunto de los hombres casados o mayores de 25 años. Si ha quedado claro el concepto de unión de conjuntos, si les parece, vamos a ver ahora otro nuevo concepto. Conforme.

Volvamos al primer ejemplo. Como recordarán, teníamos el conjunto formado por los números 1, 2, 3 y 4 y el formado por los números 2, 4 y 6. Construyan ustedes el conjunto de los elementos comunes a ambos. Sería el conjunto cuyos elementos son los números 2 y 4. Fíjense cómo hemos formado este nuevo conjunto.

Hemos tomado los elementos que pertenecen a la vez a los dos conjuntos. A este nuevo conjunto le damos un nombre. Conjunto intersección.

Yo creo que sería bueno que nos resumiera el concepto para que tomáramos nota. Pues muy bien. Dados dos conjuntos, A y B, llamamos conjunto intersección de A y B al formado por los

elementos que pertenezcan a A y que pertenezcan a B. Bueno, yo creo que, aunque he entendido la idea del conjunto intersección, veo que hay muy poca diferencia entre esta definición y la que hacíamos del conjunto unión.

Precisamente iba a insistir ahora en la importancia fundamental que tanto en esta definición como en la otra tiene la conjunción. Los elementos del conjunto A, unión B, son los que pertenecen a A o, recuérdelo bien, o a B, mientras que los elementos de A, intersección B, son únicamente los que pertenecen a A y a B. ¿Comprendido? Comprendido. Consideremos otra vez, para que quede claro, el ejemplo del conjunto de los hombres casados y del conjunto de los hombres mayores de veinticinco años.

¿Cuál sería el conjunto intersección de ambos? Sería el conjunto de los hombres casados y mayores de veinticinco años. Perfectamente. Una vez vistas estas dos operaciones entre conjuntos, vamos a ver algunas de las propiedades que verifican.

Bueno, pues empecemos por las propiedades de la unión de conjuntos. Al unir un conjunto cualquiera consigo mismo, se obtiene el mismo conjunto. Esta es la propiedad llamada ídem potente.

Bueno, esta propiedad me parece evidente. En efecto lo es, pero no por ello deja de tener su importancia, señorita. Su interés reside, desde el punto de vista práctico, en que al realizar cálculos con conjuntos, la aplicaremos en multitud de ocasiones.

Otra propiedad igualmente evidente es la llamada conmutativa, que la podemos enunciar así. Dados dos conjuntos cualesquiera, A y B, el conjunto A unión B es el mismo que el B unión A. En efecto, es fácil de comprender. Esta propiedad servirá entonces para poder cambiar el orden de dos conjuntos, cuando estemos calculando la unión entre ellos.

De acuerdo, esta es precisamente su utilidad práctica. Vamos a ver ahora otra propiedad no tan evidente, la llamada propiedad asociativa. Dados tres conjuntos cualesquiera, tres conjuntos A, B y C, se cumple que si el conjunto A unión B lo unimos con el C, obtenemos el mismo resultado que si unimos el conjunto A con el conjunto B unión C. Un momento, por favor.

¿Podría explicar esta propiedad con más detalle? Cómo no, con mucho gusto. Tenemos tres conjuntos, A, B y C, y efectuamos la siguiente operación entre ellos. Primero construimos el conjunto A unión B, y después a este nuevo conjunto le unimos el C. Pues bien, el resultado de esta operación es el mismo que si hubiéramos efectuado primero la unión de los conjuntos B y C, y después unimos el conjunto A con este otro conjunto.

¿Y esta propiedad se cumple para tres conjuntos cualesquiera? Claro. Tanto esta propiedad como las anteriores tienen carácter general. Es más, no estarán bien enunciadas si no se especifica en su enunciado que los conjuntos considerados pueden ser cualesquiera.

¿Estas propiedades serían válidas para la intersección? Exactamente. Estas propiedades son igualmente válidas sin más que cambiar la palabra unión por la de intersección en los

enunciados anteriores. Por consiguiente, la intersección de conjuntos tiene también las propiedades idempotente, conmutativa y asociativa.

Según dijo usted antes, estas son sólo algunas de las propiedades de la unión y de la intersección. ¿Es que hay algunas más? Sí, sólo nos hemos detenido en las más sencillas. Pienso que el objetivo de esta emisión no es enunciar exhaustivamente todas las propiedades de la unión y de la intersección, sino dar los rasgos esenciales de algunas de ellas para que le sea más asequible el estudio de las demás.