

... Esta noche nuestro primer programa de matemáticas básicas. Nos acompaña el catedrático profesor Eduardo Ramos. Muy buenas noches. Muy buenas noches Isabel. Y un saludo muy especial en este primer programa del curso a todos los alumnos de matemáticas básicas del curso de acceso para mayores de 25 años. Deseándoles un año lleno de éxitos y una estancia muy feliz con nuestra universidad. Vamos esta noche a presentar la asignatura y también vamos a entrar en el capítulo primero, los números naturales y números enteros. Pero en esta presentación de la asignatura, aquel alumno que se incorpora, ha visto que hay dos matemáticas, matemáticas básicas y matemáticas especiales. ¿A quién va dirigido matemáticas básicas?

Sí, en el planteamiento del curso de acceso, la asignatura de matemáticas básicas está dirigida a aquellos alumnos que llamaríamos de letras o de humanidades. Son los que pretenden hacer una carrera como derecho o políticas, una carrera menos orientada al ámbito de las ciencias químicas, físicas, naturales, como serían las propias matemáticas o físicas o las ingenierías. Y sí, intentando completar esos conocimientos generales que debe tener un universitario para empezar cualquier tipo de estudio de nivel superior. La asignatura, por supuesto, cuenta con un material didáctico, además un material didáctico específico para el estudio a distancia. Sí, el texto incluye todo el programa. Es un libro que ya tiene una consolidación. En el libro... En el curso de acceso. Aunque a primera vista a algunos se les pueda antojar un poco demasiado.

de extenso. La verdad es que la impresión del volumen físico que tiene el texto, a veces en otros años nos comentan los estudiantes, esto es un libro muy gordo, ¿no? Pero es un libro escrito pensando en los alumnos de la educación a distancia. Los manuales tradicionales de ciencias o de letras destinados a ser explicados en una clase presencial gozan de esa propiedad o de esa cualidad. Pueden ir siendo desarrollados por los profesores en sus aulas. Nosotros los que hemos hecho este texto tenemos años de experiencia en la educación a distancia e intentamos suplir todas estas carencias que a veces no podemos tener en la educación a distancia, que es la presencia sistemática en un aula, en un aula convencional. Entonces el tono del libro está escrito deliberadamente pensando en esos alumnos que es

su único material de encuentro, especialmente una asignatura que a primera vista podría antojarse un poquito más complicada de entender. Está escrito muy despacio, está escrito muy reiterativo, está escrito con mucha lentitud, introduciendo muy paulatinamente los conceptos. Entonces ese aspecto voluminoso se pasa a segundo plano en cuanto uno se enfrenta un poco con el libro. Cuando empieza a leerlo ya se da cuenta que tiene ese tono que estoy comentando, que los conceptos que realmente tiene uno que estudiar y tiene que memorizar y recordar y manejar no son muchos. Está lleno de ejemplos, está lleno de ejercicios propuestos con sus correspondientes soluciones. Es decir, que es un material que pretende ser autosuficiente, por lo tanto es necesariamente extenso. Con eso también quiero decir que no probablemente para muchos alumnos sea que se limiten exclusivamente, como es probablemente en algunas casas, a la lectura.

de su opinión a intentar superar la asignatura, y por supuesto no ser unos grandes especialistas en matemáticas, mucho del material le parecerá superfluo, redundante o mejor, ¿no? Redundante. No está mal esa idea. El que pretenda tener unos conocimientos generales de matemáticas y superar el curso de acceso, pues bastará con que lea lo que es la letra que tiene un tipo más grande, la letra gorda, con que trate de entender algunos de los ejemplos que ilustran los conceptos y resolver algunas de las cuestiones que son las que luego se encuentran en los exámenes o en las pruebas de evaluación a distancia de las cuestiones de autoevaluación. Insisto que hay mucho material que es redundante para aquellos otros alumnos que les cueste un poco más de trabajo o que tengan un poquito más de afición por la matemática. Un material sobreabundante. Si uno reflexiona sobre esto que estoy diciendo...

hace una visión general del libro, de uno de los capítulos del libro, se da cuenta de que este método de trabajo es el apropiado. La lectura de la letra más gorda, por así decirlo, de los tipos, fijándose en aquellos epígrafes y aquellos aspectos que están recuadrados en el libro, que son los que contienen, por así decirlo, las píldoras de teoría mínimas, que hay que saber, y contemplar los ejemplos primeros que aparecen ilustrando esos aspectos teóricos, y autoevaluarse o autoprobar el estado de sus conocimientos resolviendo algunas de las mar de las docenas de pruebas de autoevaluación que se ofrecen en el texto. Con esto, el trabajo de estudio no es especialmente gravoso, comparado, porque hay otras asignaturas más en el curso que también se necesitan. Bien, antes de comenzar con este capítulo primero, los números naturales minúsculos, los números enteros, sí me gustaría remitir...

al alumno como hacemos, sobre todo en este primer mes continuamente, a la guía del curso. Allí

encontrarán información variada, desde el programa, los profesores de la sede central que les van a atender en sus horarios de permanencia, en sus horarios de guardia, también cómo va a ser el examen, del que hablaremos por supuesto a final de curso, en fin, toda la información que necesitan. Es conveniente que desde el principio lo lea, le recomendamos vivamente su lectura. Sí, sí, la experiencia nos enseña que alguna gente se acerca a la Universidad Nacional de Educación a Distancia con un poco de desconocimiento, es lógico, no hay aulas presenciales, no es una universidad tradicional, bueno, pero eso no quiere decir que no tenga una cantidad de servicios y de posibilidades y de recursos y de medios a disposición de los estudiantes que le van a facilitar y ayudar mucho en su estudio. Eso que nos acabas de recordar, así es.

La asistencia a los centros asociados en la medida de lo posible, la asistencia a las sesiones de tutoría, que en las que resolverán un montón de problemas y de dudas y que les facilitará el encuentro con otros compañeros, que les servirá un poco de refuerzo psicológico en el estudio en solitario, la visita a las bibliotecas, a las bibliotecas, a las sesiones que eventualmente se celebren debido a conferencia y, por supuesto, la consulta mediante teléfono, FAS, correo electrónico, en fin, todo este tipo de facilidades. Y, por último, la asistencia a los centros asociados en la medida de lo posible, la visita a las bibliotecas, a las sesiones que eventualmente se celebren debido a conferencia y, por supuesto, la consulta mediante teléfono, FAS, correo electrónico, en fin, todo este tipo de facilidades.

montón de gente estudiando, hay mucha gente estudiando este curso, hay mucha gente tutorizando este curso, hay muchos profesores que es su trabajo atender a los alumnos de este curso. Yo les invito y les encarezco en cierta manera a los alumnos a que utilicen todo este tipo de facilidades. Esto les ayudará desde un punto de vista al menos psicológico a mantener el contacto con la institución y a reforzarse en esa tarea sobre todo en este curso, gente que hace tiempo que ha dejado de estudiar o que es necesario reengancharse un poco en esa disciplina un poquito de estudio y todos estos aspectos logísticos que estoy comentando son necesarios para, o al menos útiles para tener éxito en la superación del curso de acceso. Pues con estas recomendaciones yo creo que ya profesor Ramos podemos entrar ya de lleno en los números empezamos ya con los números y nos encontramos con los primeros los números naturales y los números enteros. Para hacer una introducción podemos explicar qué es un número natural y un número entero.

Sí, como tendremos ocasión de comprobar los alumnos que sigan estas sesiones o estos programas radiofónicos, el objetivo que perseguimos en estos comentarios que hacemos a lo largo del curso sobre el texto es el ir intentando marcar un ritmo de trabajo e ir intentando también el que reflexionen de una manera especial sobre aquellos aspectos del programa que pueden resultar un poco más complejos o que hay que hacer mayor hincapié porque son las cuestiones más capitales y que serán objeto de evaluación y objeto de reflexión. Entonces, esa primera pregunta que me has hecho sobre la idea de número natural, que es la primera lección del curso, pues voy a intentar responderlo o contestarlo enmarcándola dentro del programa general del curso. Este curso que pretende, pues el curso de matemáticas para alumnos del ETA

que pretende, esencialmente, el volver a recuperar a los estudiantes en la disciplina y el rigor precisos para el trabajo intelectual, como decimos en la guía de la carrera, es decir, de alguna manera desarrollar la capacidad para el razonamiento abstracto, comienza este curso, bueno, tiene varios bloques, bloques de números, geometría, un trío de conjuntos, probabilidades que iremos comentando a lo largo de los programas, pero comienza con lo que intuitivamente responderíamos que es la labor más típica de las matemáticas, que es hablar de números, entonces las cuatro primeras lecciones se refieren a los números, a los diferentes conjuntos de números que el hombre ha inventado para resolver sus problemas de cálculo, como los han gestado, las cosas que se pueden hacer con los números, son lecciones, son muy sencillas, mi experiencia es que todo el mundo, tiene bastante facilidad para recuperar estos temas, son temas familiares, al fin y al cabo se habla de operaciones, como sumar, restar, multiplicar.

números que, en fin, a un adulto, todos los adultos somos capaces de hacer. Pero bueno, no solo consiste en eso, sino consiste en, esencialmente, reflexionar cómo las matemáticas han dado respuesta a problemas que el hombre ha planteado, que se ha planteado a sí mismo. Y en primer lugar, el primer problema que presentamos en matemáticas es la necesidad que tuvo el hombre en algún momento de su historia, probablemente hace muchos años, en la edad de las cavernas, como empieza el libro, para contar, para contar sus pieles de oso cazadas, sus ovejas de ganado, para contar. Y esta reflexión sobre la necesidad de contar le llevó al hombre a descubrir la idea del número natural, que, intuitivamente, incluso los niños adquieren a muy temprana edad. El 1, el 2, el 3, el 4, son números que adquirimos de manera bastante intuitiva, o muy intuitiva, en los primeros años de la infancia. Esta lección, la primera

idea que nos presenta...

es esa, y la segunda idea, que es ya un poco más de contenido técnico, que hay que estudiar y manejar, es la idea de los sistemas de numeración. Obedece al planteamiento, al problema que se ha planteado el hombre inicialmente, es decir, se da cuenta que los números naturales que es capaz de descubrir son muchos, no se acaban nunca, siempre es posible concebir un número mayor que el último que haya concebido hasta ahora, y entonces al darse cuenta que son infinitos, que llega la idea de que los números naturales son infinitos, comprende rápidamente que tiene que hacer, tiene que descubrir o idear un sistema, una forma sistemática de representarlos, una forma sistemática de representarlos, y eso le conduce a la noción de sistema de numeración, que a lo largo de la historia se han empleado muchos, en el libro se hace un pequeño apunte histórico sobre las soluciones que el hombre ha utilizado para representar sistemas, para representar números, los sistemas.

desde un sistema elemental como un sistema acumulativo, como una representación haciendo marcas en un palo, hasta unos sistemas más icónicos como los números egipcios o una representación como la de los babilonios, o un sistema familiar, también incluso actualmente, como los números romanos. Entonces, esta primera parte de la lección intenta, hay que estudiar, hay que saber cómo ha resuelto el hombre el problema de representar los números naturales en los sistemas de numeración, cuál es el sistema de numeración que se ha quedado consolidado, cómo es el sistema de numeración en base 10, que es el que utilizamos normalmente, qué significa eso y también darse cuenta de que hay otras posibles alternativas a utilizar el sistema de numeración de base 10 en otras bases de números. La parte teórica que tenemos que conocer aquí y discutir aquí es cómo cambiar de sistema a sistema. Entonces, eso es lo que digo.

un ejercicio que hay que tener cierta familiaridad con ello. Porque son preguntas típicas que, como verán en las cuestiones de la autoevaluación, se ponen con mucha frecuencia. Pero la lección, el capítulo, continúa. Una vez que ya sabemos cuáles son los sistemas de numeración y que también sabemos cambiar de base de sistema de numeración, entramos ya en otros conceptos como, por ejemplo, las operaciones ya con números naturales. Bien, eso es una pregunta muy sencillita, que es simplemente recordar lo que es la suma, la resta, la multiplicación y la división. Digo recordar porque creo que todos los alumnos de este curso lo saben hacer. Y a continuación, una vez sabido, como dice, representar números naturales, el siguiente epígrafe de los aspectos teóricos le podemos poner el título de divisibilidad. Uno de los problemas que se pueden plantear con los números, como he dicho al principio, estas generaciones están dedicadas a estudiar.

estudiar los diferentes conjuntos de números y las cosas que se pueden hacer con ellos, pues bien, una de las preguntas que nos podemos plantear con números es sobre aquellos aspectos de divisiones múltiples de otro, divisible por otro, reconocer esa circunstancia, reconocer algunos aspectos, o sea, lo que se llaman divisores, ver cómo un número se puede descomponer en forma de producto en otros números más pequeños, eso pues tiene interés en muchas aplicaciones, y aparte tiene un interés teórico y un interés astrato en definitiva. Entonces la siguiente parte de la lección es la parte de la divisibilidad, la descomposición en factores primos y la idea de mínimo como múltiplo y máximo como divisor. Esos tres conceptos, sobre todo la descomposición en factores primos, máximo como divisor y mínimo como múltiplo, hay que conocerlo. Especialmente útil es una afirmación, un resultado que aparece por ahí en el libro, que nos dice, en la página 34 en concreto, que nos dice que el producto del máximo con divisores de dos números es un mínimo como múltiplo.

es igual al producto de los dos números. Con este resultado, consecuencia inmediata de las definiciones, se pueden resolver muchas de las cuestiones que se nos plantean con divisores, etc. Tampoco parece que tenga demasiada dificultad las operaciones con los números enteros. Bien, una vez finalizados estos aspectos de la divisibilidad, la lección nos presenta un nuevo problema. El hombre se dio cuenta que sus necesidades de cálculo iban un poquito más allá de sumar, multiplicar, porque rápidamente se dio cuenta que había problemas que en el campo de los números enteros no tenían solución. Es decir, había un número, por ejemplo, del 7, no se puede quitar el 12. Había operaciones como la resta que hemos presentado que no se pueden hacer en el campo de los números naturales. En 7 unidades no se pueden quitar 12 unidades. Entonces el hombre comprendió, que había que inventar un nuevo conjunto de números. Aquellos que expresaran un nuevo conjunto de números.

una idea física, una idea real, que era lo que le faltaba a un número para llegar a ser cero. Entonces, lo que debía, lo que estaba por debajo del nivel cero. En definitiva, esos ejemplos que ponemos en la página 36 sobre los ascensores que suben y bajan por pisos que están por debajo de los niveles de la

calle o los sótanos, o sobre todo una idea muy gráfica que más de uno hemos experimentado en alguna ocasión de nuestra vida, que son los números rojos en los bancos, en las cuentas corrientes. Bueno, pues esa idea de número rojo es aquella cantidad que nos falta para llegar a tener cero. Entonces, esos números rojos son los números negativos. Entonces, al considerar los números naturales complementados con el cero y los números negativos, con esa idea abstracta de lo que le falta un número para ser cero, pues construimos y llegamos a la idea de número entero, en el cual las posibilidades de cómputo, es decir, las operaciones como la resta, ya tienen siempre solución. Las cuentas. Como restar.

Siempre tiene solución en el campo de los números enteros. Y esta, bueno, esta idea de los números enteros, pues nos presenta algunos aspectos teóricos nuevos, en particular un aspecto teórico interesante que aparece en la página 39, es la idea de valor absoluto de un número. Es simplemente lo que va el número prescindiendo de su signo. Siempre es un número positivo, el valor absoluto siempre es un valor positivo, que coincide con el número si este ya es positivo y que coincide con su opuesto, es decir, el menos el número si este era negativo. Y en el caso de que fuera cero, vale cero el valor absoluto. Es decir, una nueva idea que aparece al considerar nuevos números como son los números enteros. Hasta ahora estamos viendo los números naturales, los números enteros, números, pero entramos en las expresiones literales, en los cálculos con expresiones literales. Aquí es donde ya entran algo que no son números, letras o símbolos, algo que ya no son números. Mira, esta es una de las preguntas, la pregunta 1.13 que me estás respondiendo, ¿qué es lo que prefieres?

con las cuales nos encontraremos a lo largo del texto, del programa, del curso y del año en numerosas ocasiones y que probablemente mejor obedezca a eso que decimos de la habilidad para el razonamiento abstracto y la habilidad para trabajar con conceptos independientemente de su representación material y de su significado físico y de sus aspectos intuitivos, que es uno de los objetivos que tenemos que trabajar mucho en este curso, la capacidad para la abstracción, la capacidad para la formalización, la capacidad para trabajar con objetos, con entes de razón despojados de contenido real. Y digo que esta pregunta nos presenta una de esas primeras ideas porque bien, sumar 3 y 5 o restar 27 y 42, pues parecen operaciones que somos capaces de verlas intuitivamente. Pero claro, inmediatamente surge una...

Astración, una idea formal. Podemos, en vez de trabajar con dos números, hacer un símbolo que lo represente y que pueda representar hipotéticamente a cualquiera de ellos. Entonces, un recurso a hacer eso es simbolizar cada uno de esos números por una letra. En el entendido de que ese símbolo, la letra, es una especie de astración que representa a cualquier número natural, a cualquier número entero. Y a partir de ahí, trabajar con esas letras y hacer operaciones con letras, hacer sumar de letras, productos de letras y observar propiedades que son válidas para todos los números. Un ejemplo de lo que quiero decir. En esa misma pregunta se expresa una propiedad de la suma que es la conmutatividad, o la propiedad conmutativa, que también todos sabemos. Da lo mismo sumar 2 más 3 que 3 más 2. Eso es la esencia, eso es la propiedad conmutativa. Pero, claro, si quisiéramos expresar esa ley o esa propiedad de una manera general, no podemos recurrir a decirlo.

Mira, se verifica para el 2 y el 3 se verifica para el 2 y el 5 se verifica para el 7 y el 8. No podemos recurrir a hacer una enumeración de otros números porque hay muchos, son infinitos. Entonces, el recurso teórico, la formalización que hacemos de esa propiedad, es decirnos lo siguiente. Sea un número cualquiera y le llamemos, le simbolizamos con una letra, la A. Sea otro número cualquiera y le simbolizamos con una letra, la B. Y entonces expresamos de forma general la propiedad computativa. O sea, A, número cualquiera, sumado con B, número cualquiera, es lo mismo que B sumado con A. Entonces, esta argucia teórica, esta argucia mental, nos sirve para expresar propiedades de forma general. Nos sirve para tener, digamos, recursos de cálculo, tener habilidades que nos permitan no tener que reflexionar caso por caso cuando se nos presente un caso concreto. Entonces, esto, al principio, a algunos les choca un poco, ¿no? Sobre todo a la gente que hace tiempo que no se ha familiarizado con esto. Pero descubrirán pronto, si reflexionan un momentito, que esto es muy económico.

Es muy útil y muy hábil poder expresar en una fórmula concentrada, simbólica, una serie de resultados, un resultado que es válido de una manera general. Pues, profesor Ramos, no nos queda tiempo para más. Hemos entrado ya en los números y seguiremos con ellos. En el próximo programa seguiremos con números. Bien, pues muy bien. De nuevo, y para despedirnos, un saludo muy cordial a todos nuestros alumnos y les emplazamos para un próximo programa.