

... Matemáticas básicas. Idea de conjunto. Guión número 1. Autores Socorro Calvo, Juan Antonio Fernández Sabat, Carmen Herrera. Fecha de emisión 8 de octubre de 1980. En esta primera emisión de este curso, vamos a introducir el concepto de conjunto. Es una idea muy fácil, ya que es muy intuitiva, pero no por ello es menos importante. Sobre la idea de conjunto.

conjunto está basado prácticamente el programa de esta asignatura de matemáticas básicas. Siempre me he preguntado hasta qué punto es importante el concepto de conjunto, así como esta forma de estudiar matemáticas, que por otra parte nunca habíamos visto. En efecto, esta es una pregunta que suelen hacerse muchos de nuestros alumnos. La forma de introducir los conceptos matemáticos mediante la teoría de conjuntos hace que los distintos niveles de conocimiento de la materia vayan desarrollándose poco a poco, siguiendo un perfecto encadenamiento lógico muy fácil de seguir y de asimilar. Por otra parte, para alumnos que como ustedes vayan a seguir estudiando carreras de letras, unos conocimientos básicos sobre la teoría de conjuntos

se hacen en algunos casos completamente imprescindibles. No deben pensar que la teoría de conjuntos únicamente se aplica a los números, ya que es una teoría mucho más general. Supongo que no comprenderemos bien las aplicaciones de esta teoría hasta que no la veamos con más profundidad, ¿no? Muy bien, muy bien. Vayamos entonces a introducir la idea de conjunto. Cualquier agrupación de objetos realizada arbitrariamente es un conjunto. A los objetos que agrupamos o asociamos les llamamos elementos del conjunto. ¿Qué quiere decir usted con agrupación arbitraria? Quiero decir que la reunión de objetos la hago según un criterio mío, totalmente personal y sin ninguna restricción exterior. Los elementos que constituyen el conjunto pueden ser semejantes o no, pueden ser números o no, etc. Por ejemplo,

Por ejemplo, si yo considero los distintos tipos de flores que hay en un ramo, ¿sería esto un conjunto? Efectivamente. Como podría serlo también los objetos que hay encima de una mesa, los vecinos de una determinada casa o los números naturales del 1 al 10. Al tratar de definir un conjunto, lo primero que tiene que preocuparnos es que no exista ninguna duda sobre los elementos que pertenecen a él y los que quedan excluidos. Yo creo que si enumeramos todos y cada uno de los elementos del conjunto, esta duda no existirá. Por ejemplo, si yo considero el conjunto formado por una rosa, el quijote de Cervantes y una bicicleta, este conjunto está perfectamente determinado, ¿no es así? Efectivamente. Esta es una de las formas de definir un conjunto, enumerar todos y cada uno de sus elementos. A esta definición de un conjunto la llamaremos definición por extensión.

¿Cómo definiríamos por extensión el conjunto de los vecinos de una casa? Tendríamos que dar los nombres de todos y cada una de las personas que viven en la casa. Eso es. Pero vean ustedes que ya en este caso, si la casa tiene muchos pisos, esta forma de definición es engorrosa y muy larga. Si nosotros quisiéramos definir por extensión el conjunto de los números naturales, sería completamente imposible, ya que tendríamos que enumerar infinitos elementos. Para todos estos casos de conjuntos de muchos elementos, es más útil aplicar la definición por comprensión. El definir un conjunto por comprensión consiste en dar una norma o ley que cumplan todos los elementos del conjunto. Y sólo ellos. De esta forma, podemos saber si un elemento cualquiera pertenece o no al conjunto, según cumpla o no.

Dicha ley. Entonces, el conjunto que antes enunciábamos, como el de los vecinos de una determinada casa, está definido por comprensión, ¿no es así? Yo creo que sí, ya que al considerar una persona determinada, podemos ver si es un elemento o no del conjunto, comprobando si es o no vecino de la casa. Efectivamente, esta sería una correcta definición por comprensión. Lo más importante de la definición por comprensión es que la ley enunciada sea completamente clara con respecto a decirnos exactamente qué elementos pertenecen y qué elementos no pertenecen al conjunto. Por ejemplo, ¿el conjunto formado por los mejores cuadros de Goya estaría bien definido? Pues yo creo que no, ya que los mejores cuadros de Goya no están especificados y dependen de la definición por comprensión. Dependen del gusto de cada uno. De esta forma, al considerar un cuadro de Goya, no podríamos saber si pertenecen o no al conjunto.

ya que no tenemos una regla clara para saber si es uno de los mejores. Exacto. Es a esto a lo que me refería antes. Por este motivo, deben fijarse bien al enunciar una regla para definir un conjunto por comprensión. Veamos un ejemplo más. Consideremos el conjunto definido por extensión siguiente. El formado por los números naturales 1, 3 y 5. ¿Cómo podríamos definirlo por comprensión? A mí se me ocurre una manera. Como los tres son impares y menores que 6, podemos definir como el conjunto de los números naturales impares y menores que 6. Efectivamente, yo creo que está bien definido. Dado un

número cualquiera para que pertenezca al conjunto, según esta ley tiene que ser natural, impar y menor que 6. Los únicos números que cumplen estas tres condiciones,

son el 1, el 3 y el 5. Luego, está bien definido. Muy bien. El razonamiento de los dos ha sido completamente correcto y además es el que se debe emplear cuando tenemos una definición por comprensión. Aunque parece que el concepto de conjunto y sus dos definiciones está suficientemente comprendido, vamos a hacer un repaso general sobre lo visto en esta primera emisión. La idea de conjunto Como dijimos al principio, la sencillez de la idea de conjunto puede llevar a la falsa definición.

a opinión de que no es una parte en la que merezca demasiado la pena detenerse. Sin embargo, la perfecta comprensión del concepto de conjunto es imprescindible para el posterior estudio del resto de la materia. Algunas de las dudas de nuestros alumnos a lo largo del curso tienen su base en el hecho de que la diferencia entre las dos definiciones de conjunto no está clara, así como el entendimiento de cada una de ellas. Quizás sea entonces interesante que seamos nosotros mismos los que vayamos repasando estas ideas. ¿No le parece? Me parece una idea estupenda. Empecemos por ver si me dicen cuál es la idea intuitiva de conjunto. Decíamos que un conjunto es una agrupación arbitraria de objetos de cualquier naturaleza, es decir, que no poníamos restricciones en cuanto al tipo de elementos, ni en cuanto a la forma en que están reunidos. Exactamente. Esta es la idea más importante.

más intuitiva de conjunto. A continuación hablábamos sobre las dos formas de definir un conjunto determinado, es decir, las dos formas de saber cuáles son los elementos que componen dicho conjunto. ¿Recuerdan ustedes cuáles son? La primera forma de definir un conjunto es nombrar uno por uno todos los elementos que lo componen. A este tipo de definición la llamábamos por extensión. La segunda forma de definir un conjunto dado, es decir, de dar a conocer los elementos que lo componen, se llama definición por comprensión. Para definir un conjunto de esta manera necesitamos enunciar una norma o regla que sea cumplida por todos los elementos del conjunto y nada más que por ellos. Lo fundamental al definir un conjunto, cualquiera que sea la forma en que lo hagamos, es que se vea bien claro qué elementos pertenecen y qué no. Y qué elementos no.

no pertenecen al conjunto. Cuando la definición es por extensión, está claro que los elementos que pertenecen al conjunto son los que se enumeran, y solamente ellos. Cuando la definición del conjunto es por comprensión, es fundamental que la regla que empleamos nos aclare sin lugar a dudas si un elemento pertenece o no al conjunto. Por todo lo visto, parece que la definición por comprensión es más engorrosa que la definición por extensión. No tiene por qué ser así. De cualquier forma, tenga usted en cuenta que, como ya vimos al comienzo de la emisión, la definición por comprensión se hace imprescindible en conjuntos con infinitos elementos. Cuando definimos un conjunto por comprensión, tenemos que asegurarnos de que la regla empleada sea cumplida por los elementos del conjunto, y solamente por ellos. Este motivo hace

quizá, que la definición por comprensión necesite una mayor atención. En la definición por extensión sólo debemos asegurarnos de que enumeramos todos los elementos del conjunto sin olvidarnos de ninguno y sin añadir otros que no pertenezcan a él. No insistimos más en el tema de hoy, ya que se acaba el tiempo de emisión. Repasen ustedes estas primeras ideas en su libro de texto y tengan en cuenta que estos programas sólo son válidos como complemento del libro y que en ningún caso tratan de abarcar toda la asignatura. En la próxima emisión estudiaremos el concepto de subconjunto.

¡Suscríbete al canal!