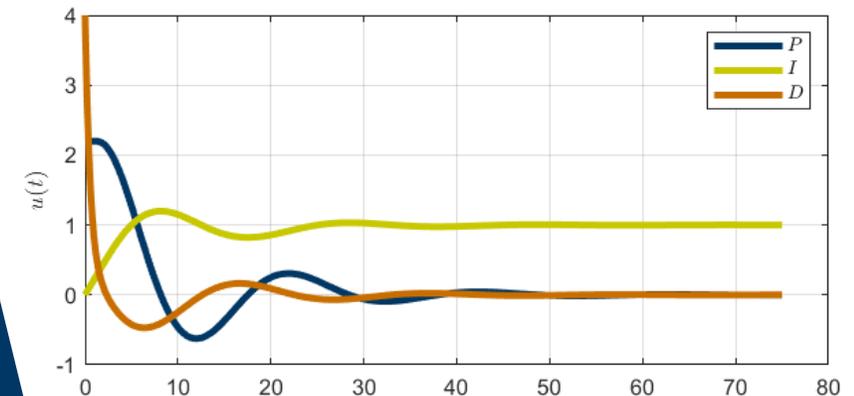
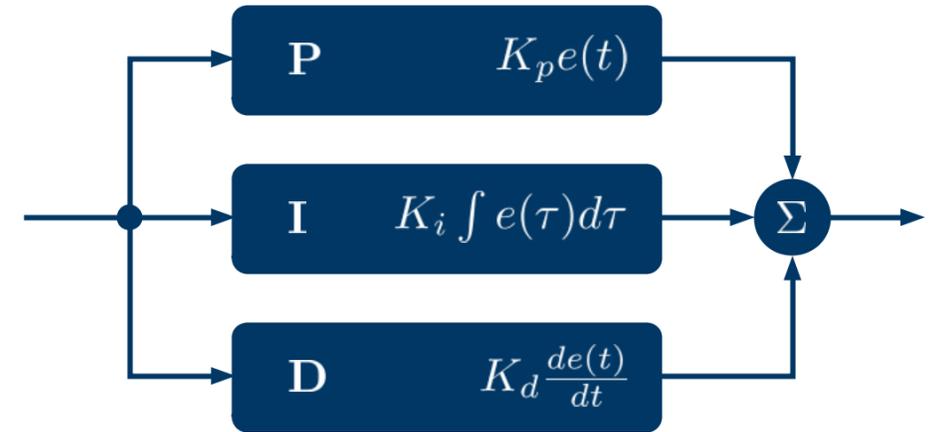


CONTROLADORES PID: PRINCIPIOS Y AJUSTE EXPERIMENTAL



CICLO DE CONFERENCIAS DEL MÁSTER UNED-UCM Y DEL PROGRAMA DE
DOCTORADO EN “INGENIERÍA DE SISTEMAS Y DE CONTROL”



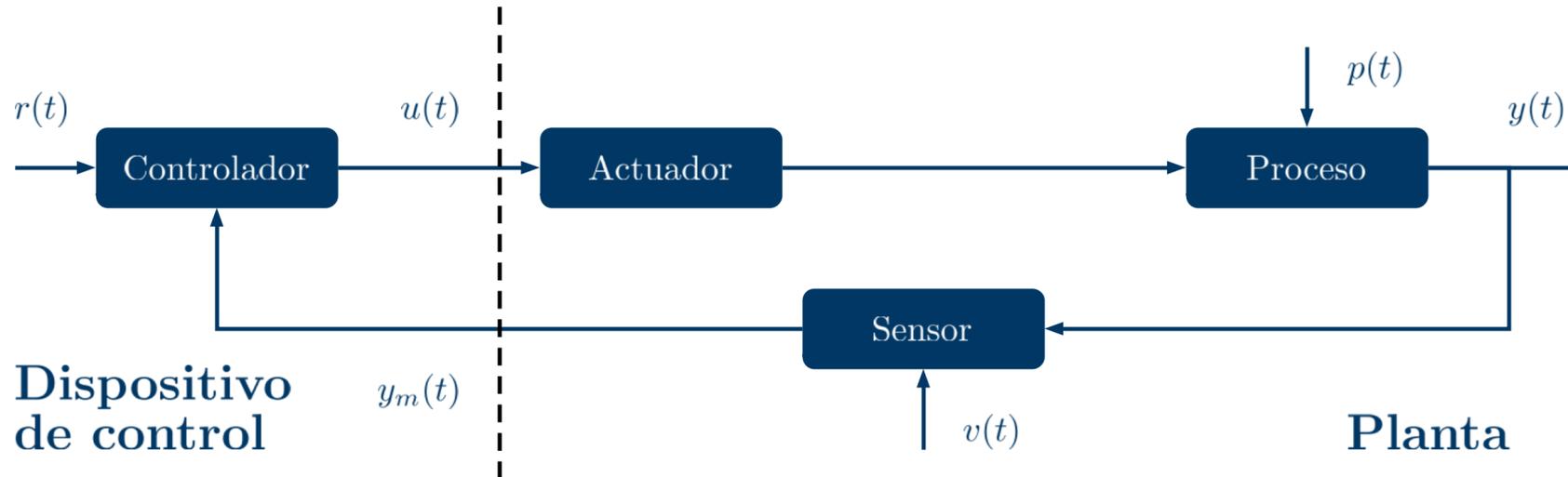
ACCIÓN PROPORCIONAL, INTEGRAL Y DERIVADA	3
FILTRADO DE LA DERIVADA	16
PONDERACIÓN DE LA REFERENCIA	22
ANTI WIND-UP DEL INTEGRADOR	28
FORMATOS ESTÁNDAR DE PID	35
IMPLEMENTACIÓN DIGITAL DEL PID	43
SELECCIÓN DEL TIPO DE CONTROLADOR	55
TÉCNICAS DE DISEÑO DE PID	60
AJUSTE EXPERIMENTAL	66
MÉTODOS BASADOS EN LA RESPUESTA EN BUCLE ABIERTO	71
MÉTODOS BASADOS EN LA RESPUESTA EN BUCLE CERRADO	84
AUTOAJUSTE	91
HERRAMIENTAS DE SOPORTE	97

ACCIÓN PROPORCIONAL, INTEGRAL Y DERIVADA

CONTROLADOR PID EN EL LAZO CERRADO

ACCIONES

ACCIÓN PROPORCIONAL, INTEGRAL Y DERIVADA



$r(t)$: Referencia

$u(t)$: Acción de control

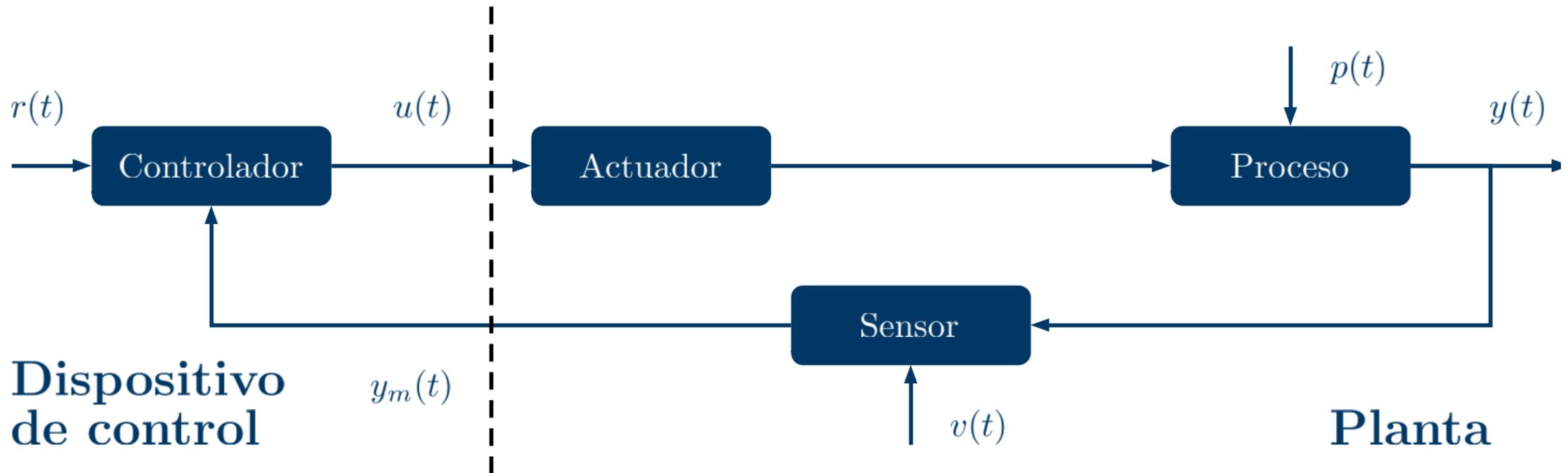
$y_m(t)$: Salida medida

$p(t)$: Perturbación

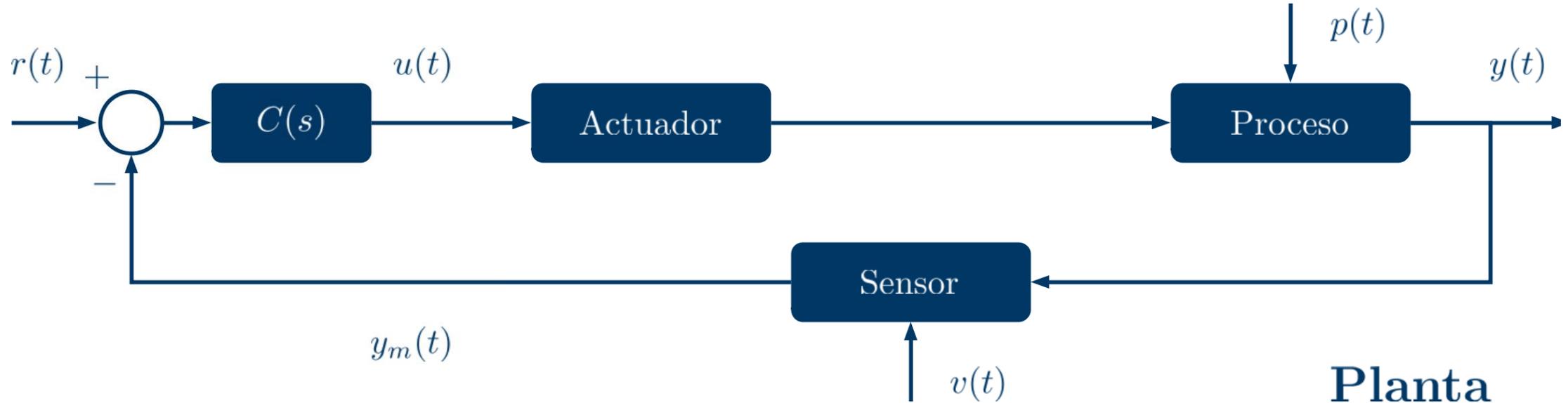
$y(t)$: Salida

$v(t)$: Ruido

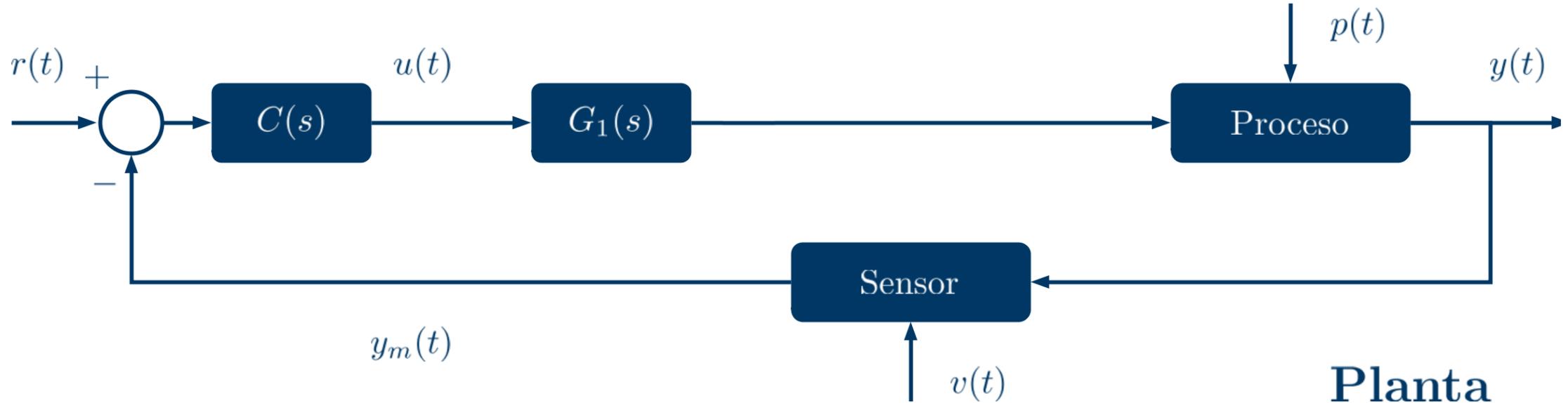
ACCIÓN PROPORCIONAL, INTEGRAL Y DERIVADA



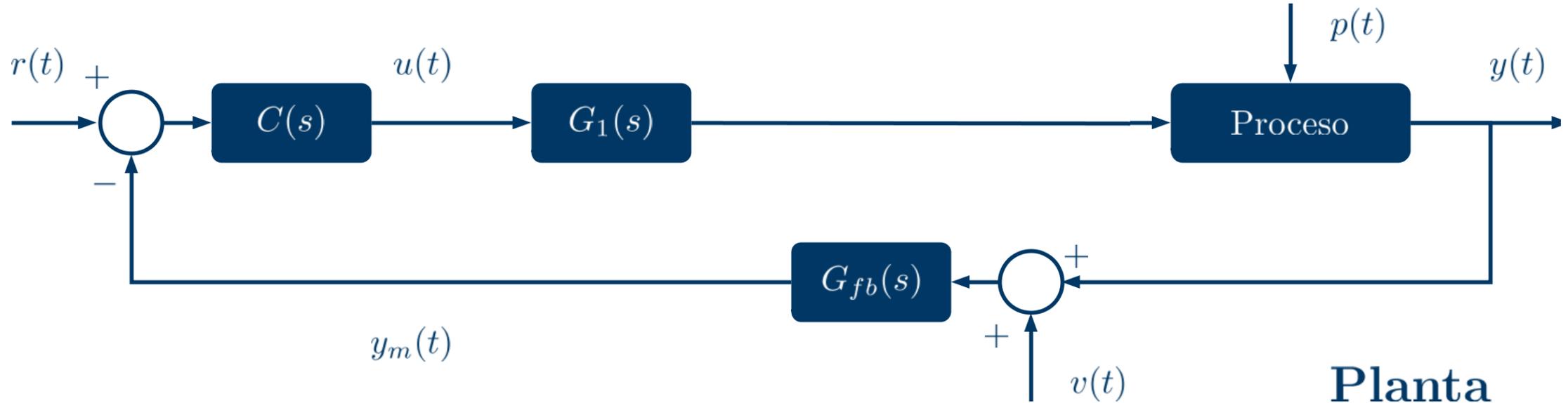
ACCIÓN PROPORCIONAL, INTEGRAL Y DERIVADA



ACCIÓN PROPORCIONAL, INTEGRAL Y DERIVADA

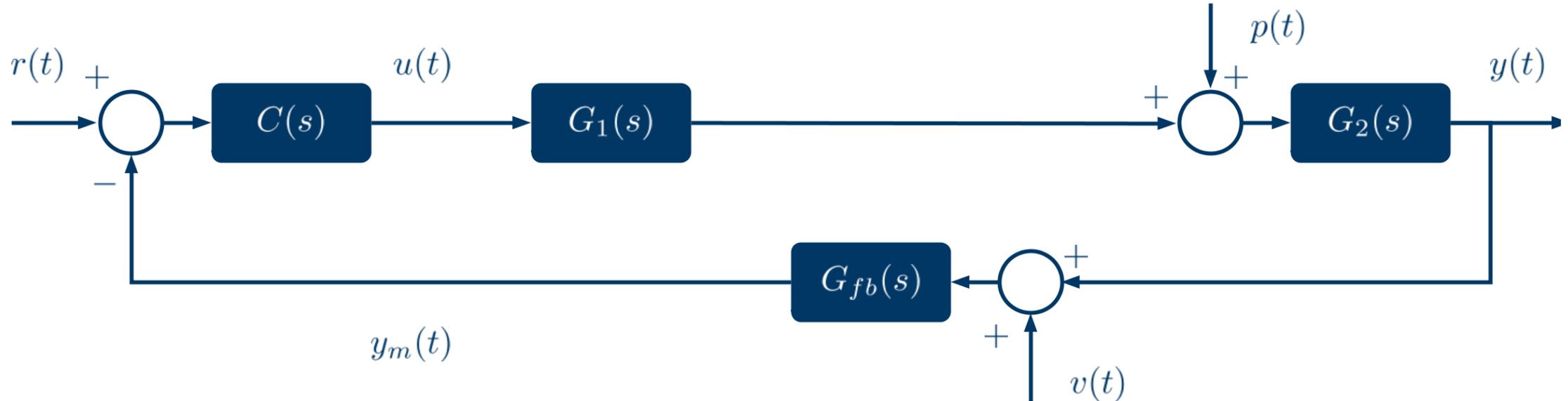


ACCIÓN PROPORCIONAL, INTEGRAL Y DERIVADA

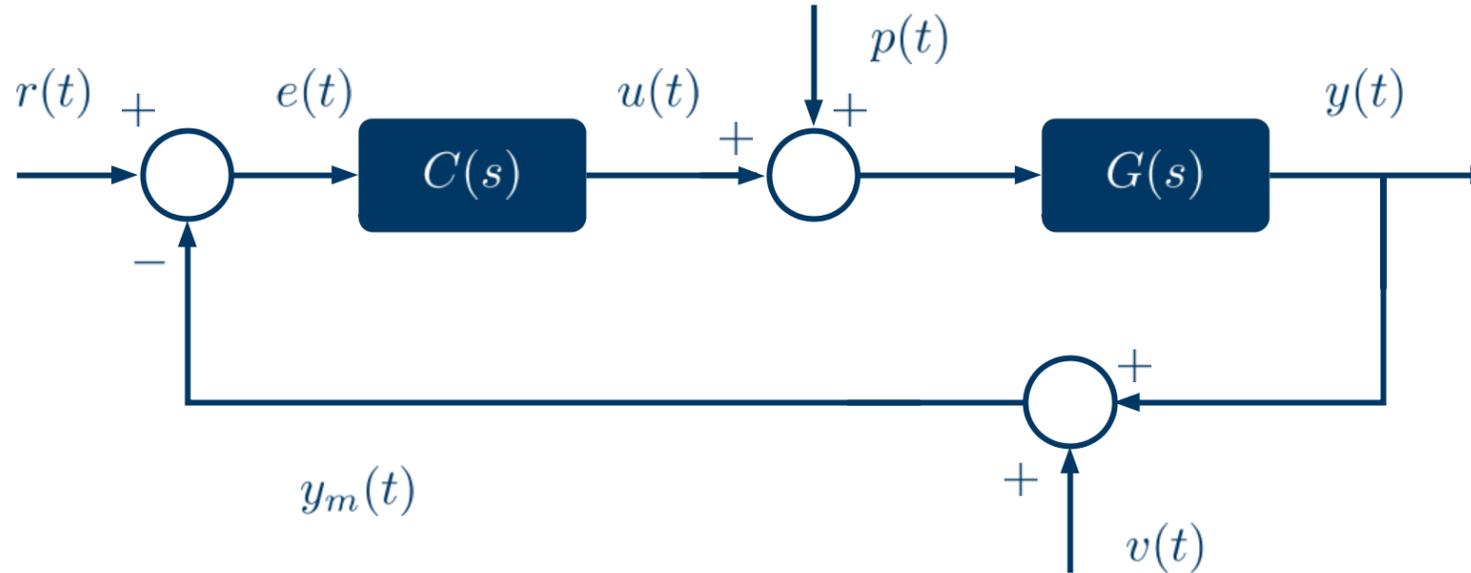


Planta

ACCIÓN PROPORCIONAL, INTEGRAL Y DERIVADA



ACCIÓN PROPORCIONAL, INTEGRAL Y DERIVADA



ACCIÓN PROPORCIONAL, INTEGRAL Y DERIVADA



$$u(t) = K_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right)$$

ACCIÓN PROPORCIONAL, INTEGRAL Y DERIVADA



$$u(t) = K_p \left(\underbrace{e(t)}_{\text{Proporcional}} + \underbrace{\frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau}_{\text{Integral}} + \underbrace{T_d \frac{de(t)}{dt}}_{\text{Derivada}} \right)$$

Proporcional

Integral

Derivada

Acción Proporcional. Control Proporcional

$$u(t) = K_p e(t)$$

Aumentar K_p

Parámetro que la define: K_p

$$BP = \frac{100}{K_p}$$

- Hace el sistema más rápido
 - Disminuye el error
- Pero,
- Más oscilatorio
 - Amplifica el ruido de medida
 - Puede producir acciones saturadas

Acción Integral

$$u(t) = \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau$$

Parámetro que la define: T_i

Acción lenta destinada a conseguir un error nulo en régimen permanente

Control PI

$$u(t) = K_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau \right)$$

Ganancia Integral $K_i = K_p/T_i$

Disminuir T_i

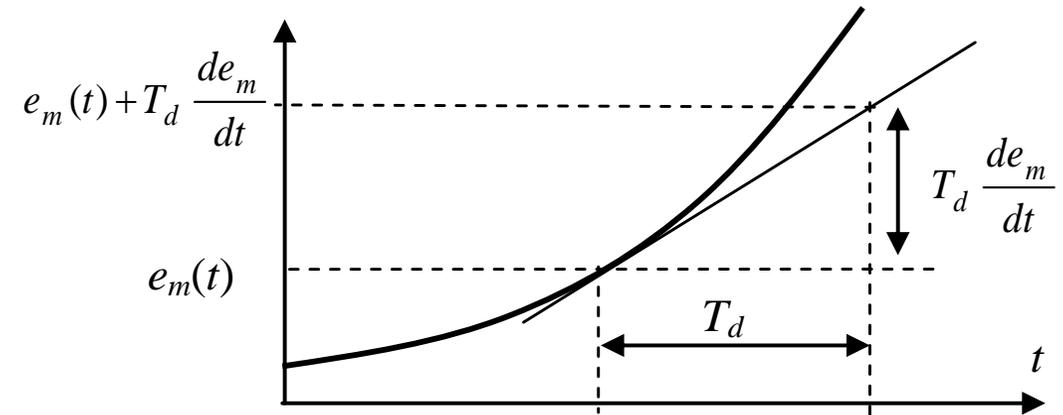
- Hace el sistema más rápido
- Pero,
- Se hace más oscilatorio

Acción Derivada

$$u(t) = T_d \frac{de(t)}{dt}$$

Parámetro que la define: T_d

Acción rápida que se anticipa al error



Aumentar T_d

- Se anticipa en una ventana mayor el cambio del error

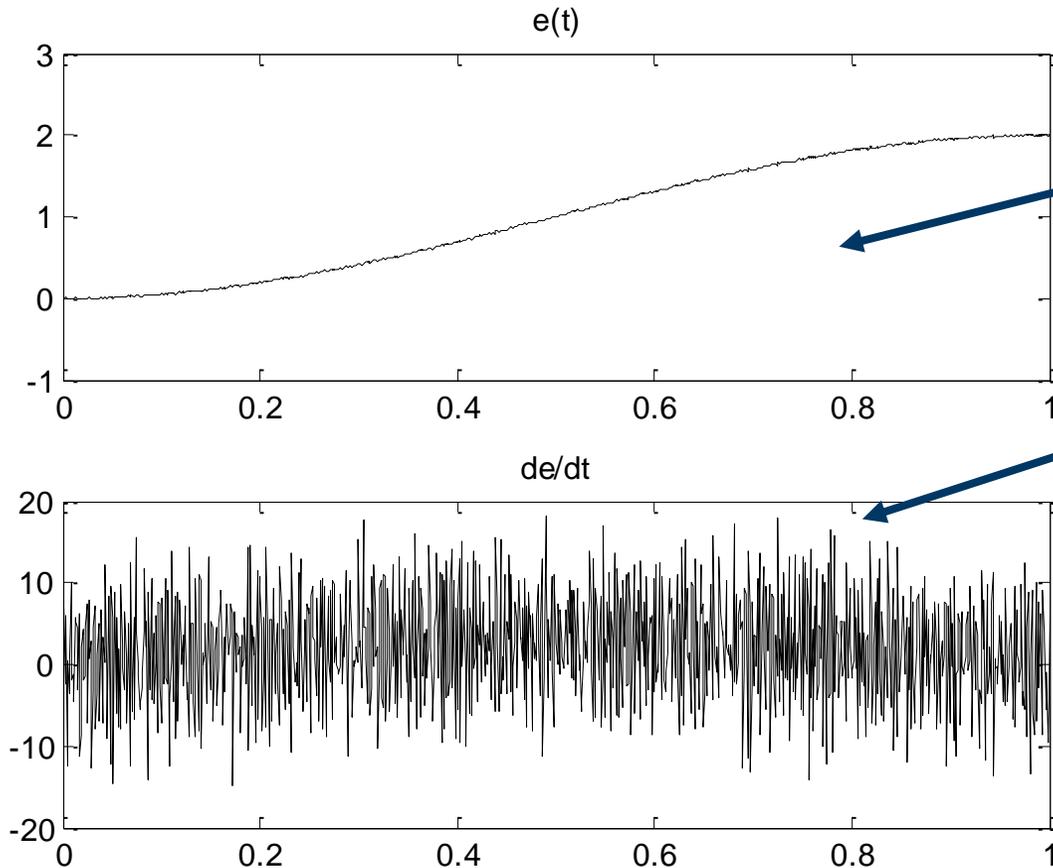
Pero,

- Se amplifica también el ruido

FILTRADO DE LA DERIVADA

ACCIÓN DERIVADA SIN FILTRO Y CON FILTRO

FILTRADO DE MEDIDA

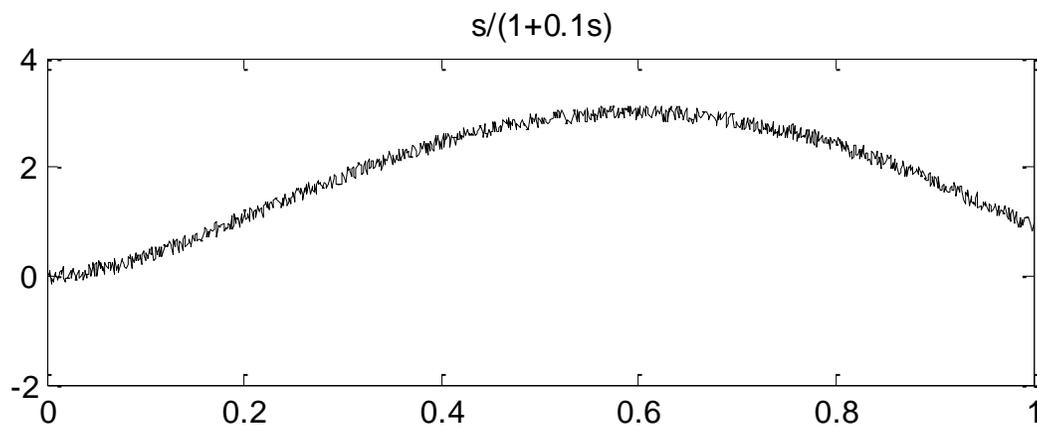
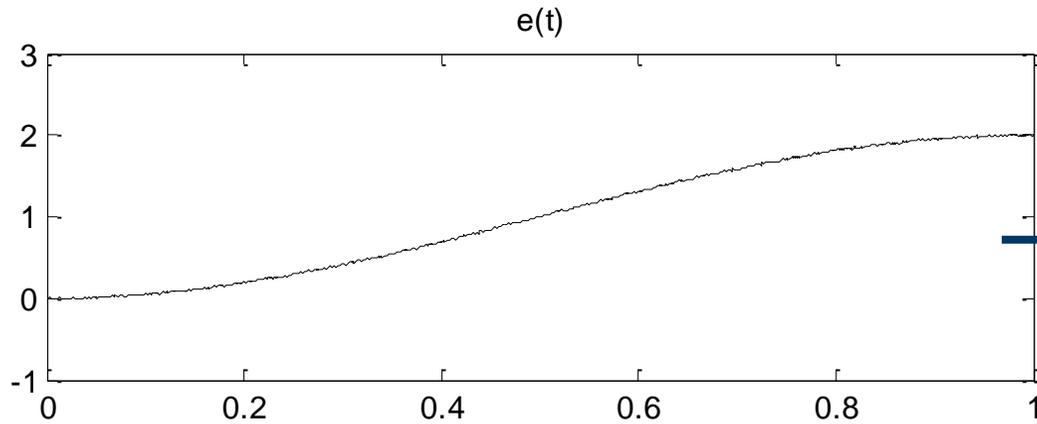


Señal con amplitud de ruido baja, pero alta frecuencia.

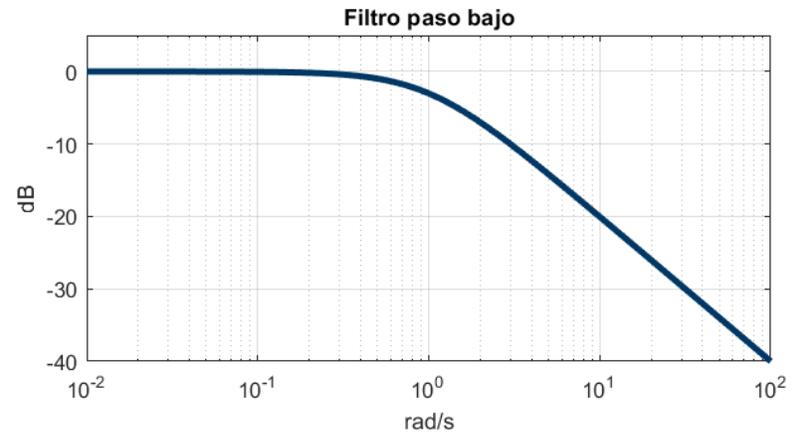
El derivador la amplifica mucho, dando lugar a una señal inutilizable.

Para poder implementar esta acción:
se debe añadir un filtro en la derivada

FILTRADO DE LA DERIVADA

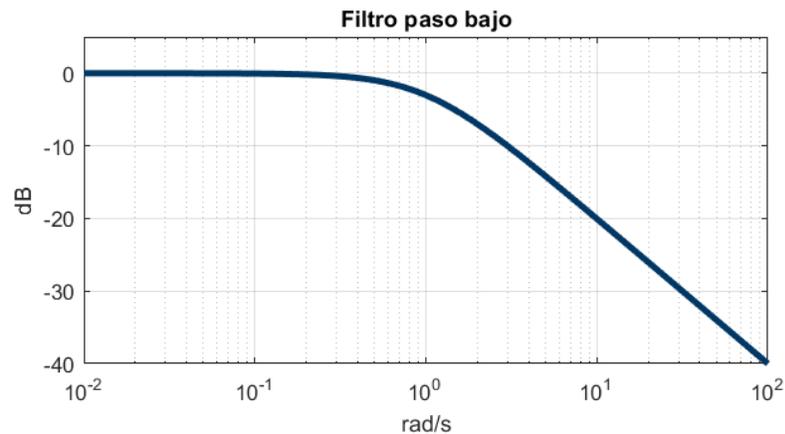


$$T_d \frac{de(t)}{dt}$$



$$T_d \frac{de(t)}{dt}$$

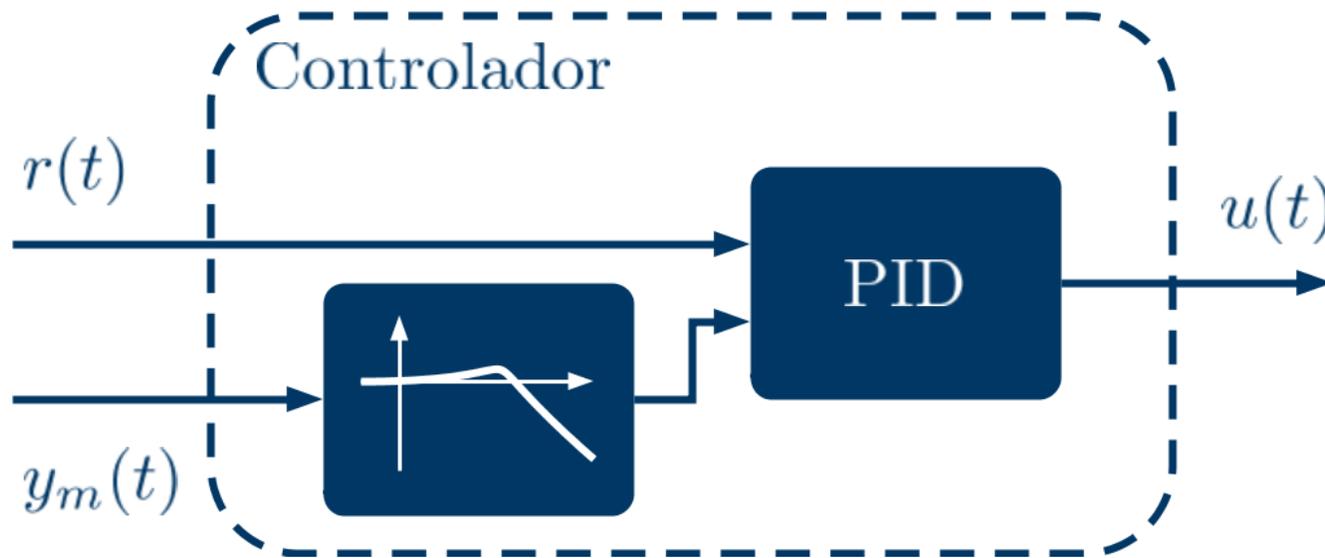
$$\frac{U_d(s)}{E(s)} = K_p \cdot T_d \cdot s \cdot \frac{1}{\frac{T_d}{N} \cdot s + 1}$$



Siendo N el parámetro de filtro de la derivada.
 $N \in [3, 20]$

Valores de N altos: mayor amplificación ruido.

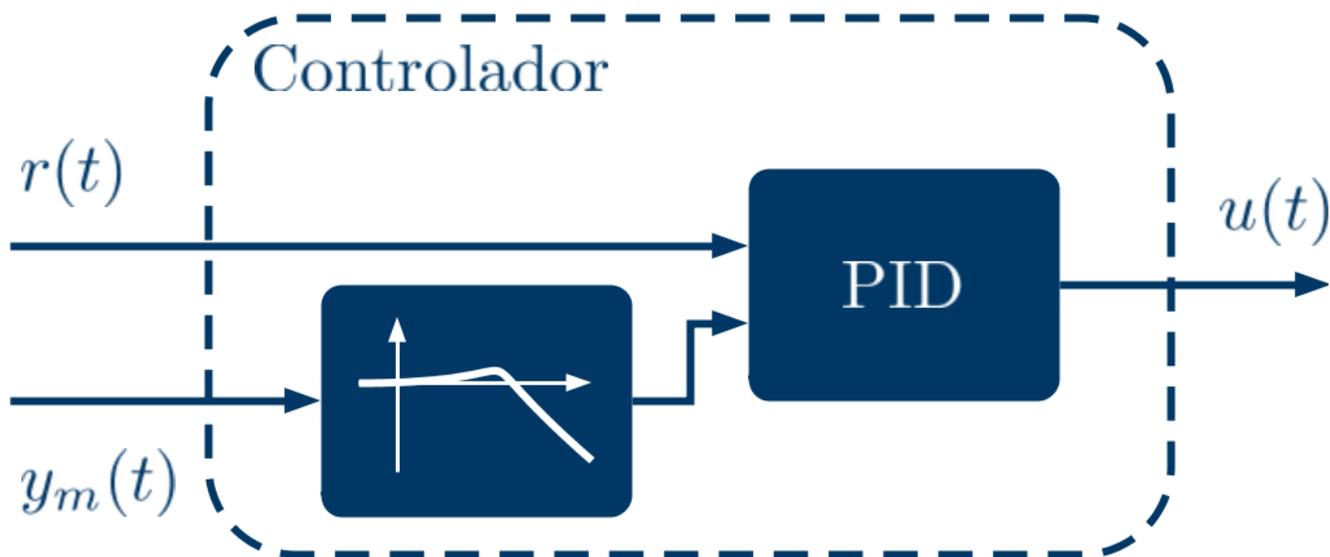
Filtro de TODA la señal de medida (cualquier implementación del PID):



High frequency roll-off

Para señales de medida muy ruidosas

Filtro de TODA la señal de medida (cualquier implementación del PID):



$$H_f(s) = \frac{1}{1 + s \cdot T_f + (s \cdot T_f)^2 / 2}$$

Controlador PI: $T_f = T_i / N'$

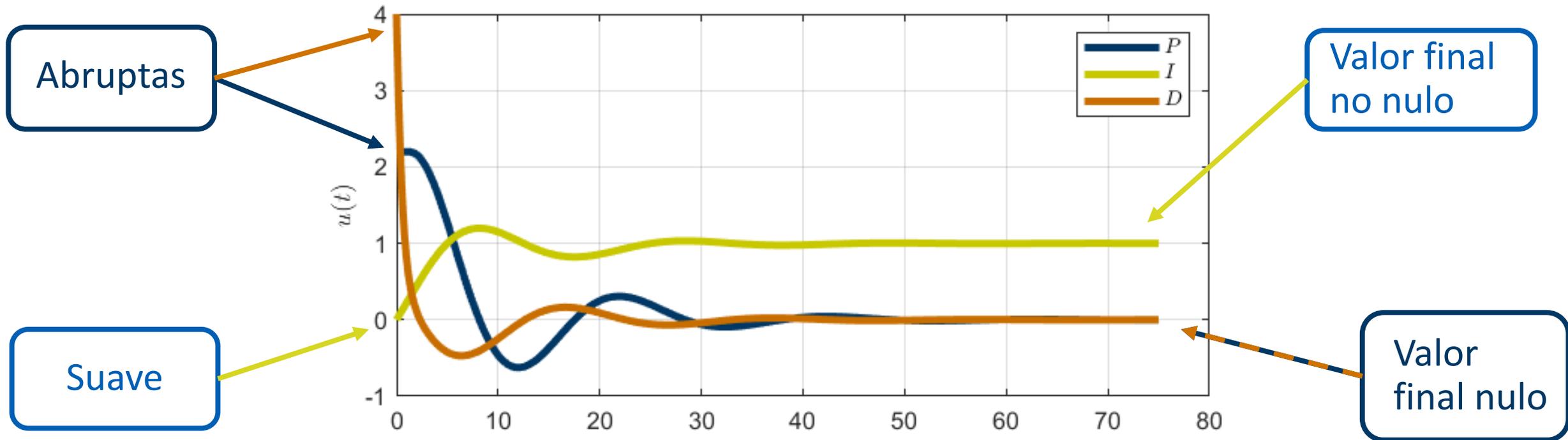
Controlador PID: $T_f = T_d / N'$

$N' \in [3, 20]$

PONDERACIÓN DE LA REFERENCIA

MOTIVACIÓN Y CONSIDERACIONES

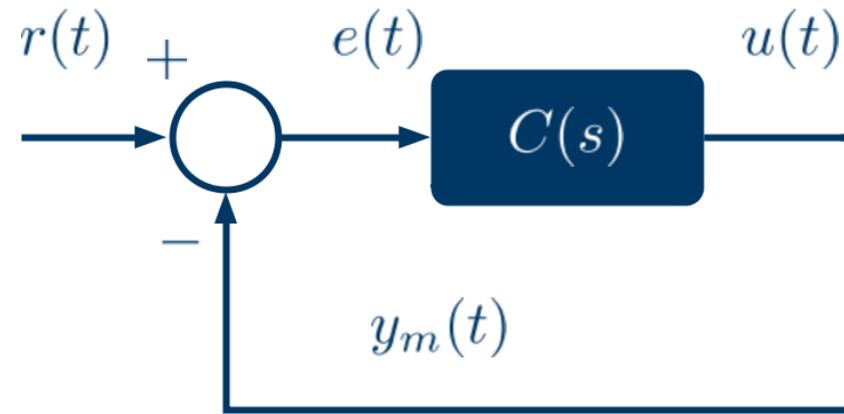
PONDERACIÓN DE LA REFERENCIA





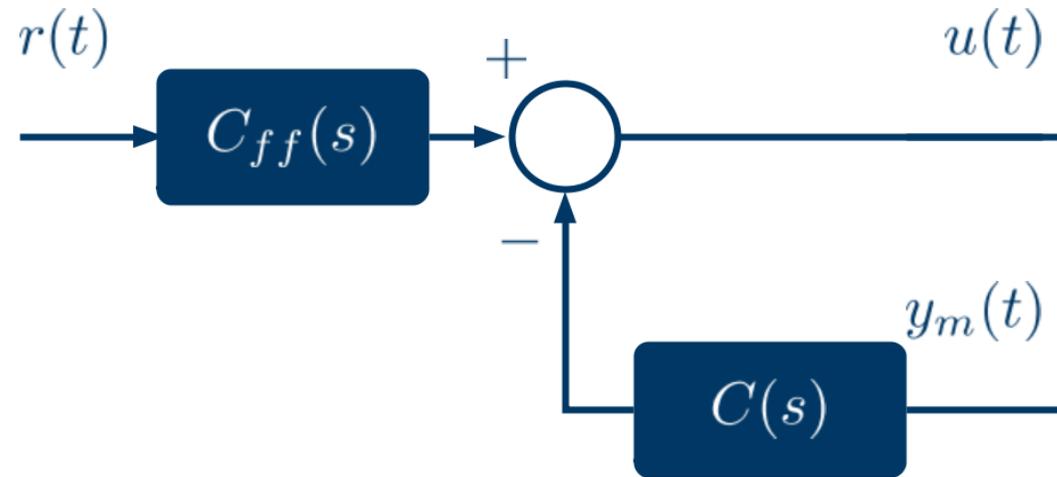
$$u(t) = K_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right)$$

PONDERACIÓN DE LA REFERENCIA



$$u(t) = K_p \left(r(t) - y_m(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t (r(\tau) - y_m(\tau)) d\tau + T_d \left(\frac{dr(t)}{dt} - \frac{dy_m(t)}{dt} \right) \right)$$

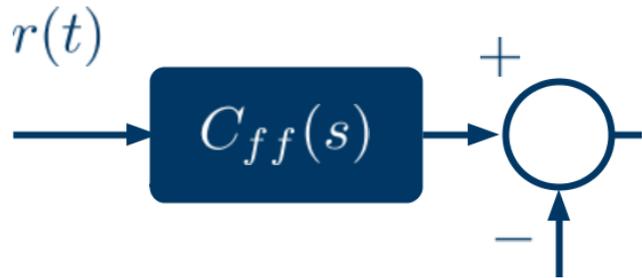
PONDERACIÓN DE LA REFERENCIA



$$u_{ff}(t) = K_p \left(r(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t r(\tau) d\tau + T_d \frac{dr(t)}{dt} \right)$$

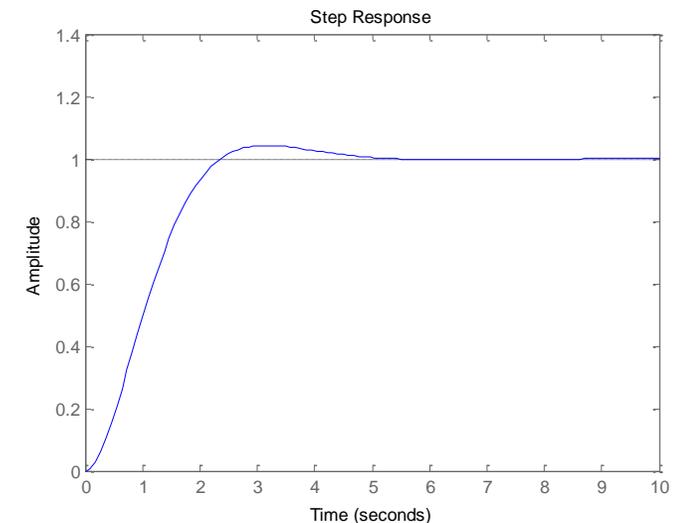
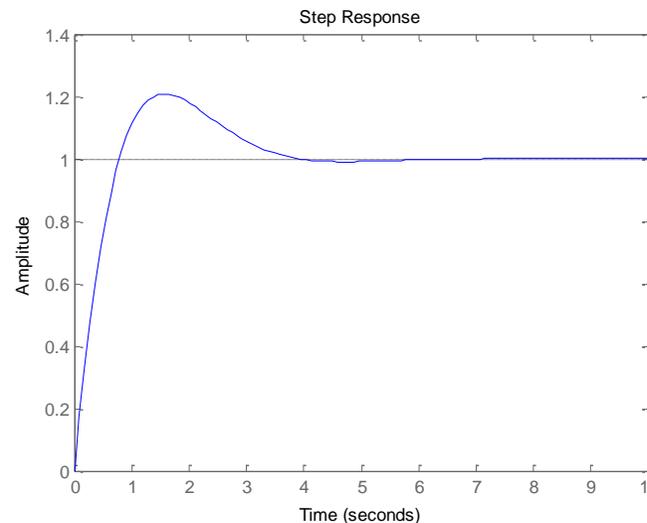
$$u_{fb}(t) = K_p \left(y_m(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t y_m(\tau) d\tau + T_d \frac{dy_m(t)}{dt} \right)$$

PONDERACIÓN DE LA REFERENCIA



$$u_{ff}(t) = K_p \left(b \cdot r(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t r(\tau) d\tau + T_d \cdot c \cdot \frac{dr(t)}{dt} \right)$$

- Ponderaciones ($b < 1$, $c < 1$) para reducir la sobreoscilación ante cambios en la referencia
- No tiene efecto ante cambios en la perturbación



Nomenclatura:

- Controladores PID con dos grados de libertad (*Two degree of freedom* PID, 2-DOF PID)
- Al termino $C_{ff}(s)$ se le denomina controlador de Pre-alimentación (*feedforward*)

Casos particulares:

- $b=0, c=0 \rightarrow$ Regulador **I-PD**
- $b=1, c=0 \rightarrow$ Regulador **PI-D**

Importante:

- Los parámetros b y c se pueden escoger libremente según la respuesta deseada frente a cambios en la referencia sin afectar a la respuesta frente a perturbación.

Excepciones:

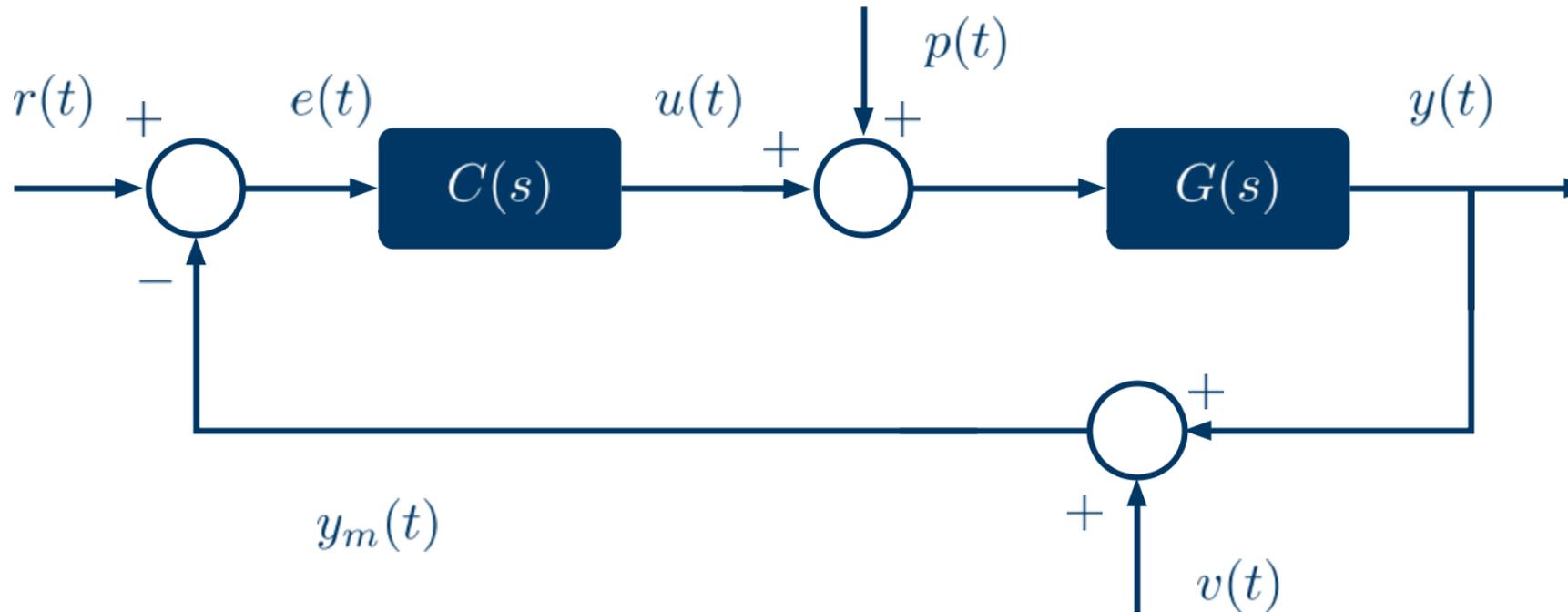
1. Controlador sin integrador (P o PD); se debe escoger $b=1$.
2. Seguimiento de referencias tipo rampa (siempre PI o PID); $b=1$.

ANTI WIND-UP DEL INTEGRADOR

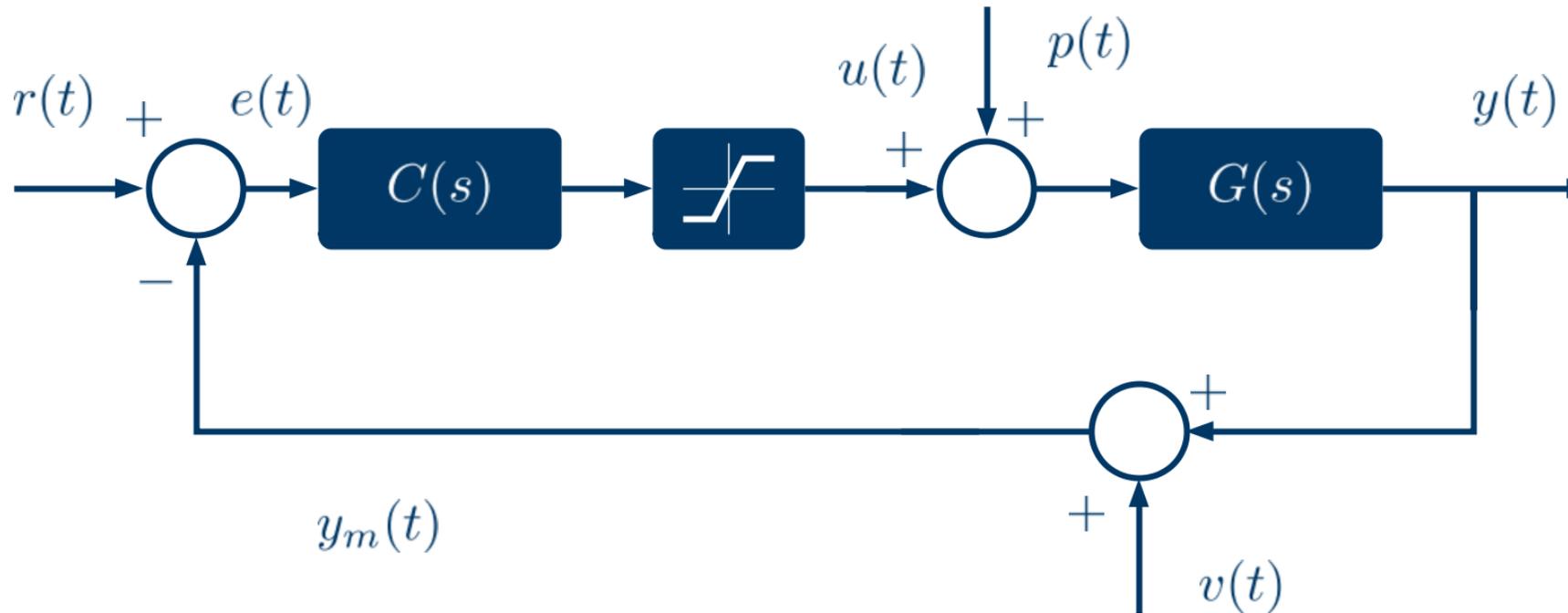
EFFECTO DE ACTUADORES SATURADOS

MODELO DEL ANTI WIND-UP CONTINUO Y RESPUESTA

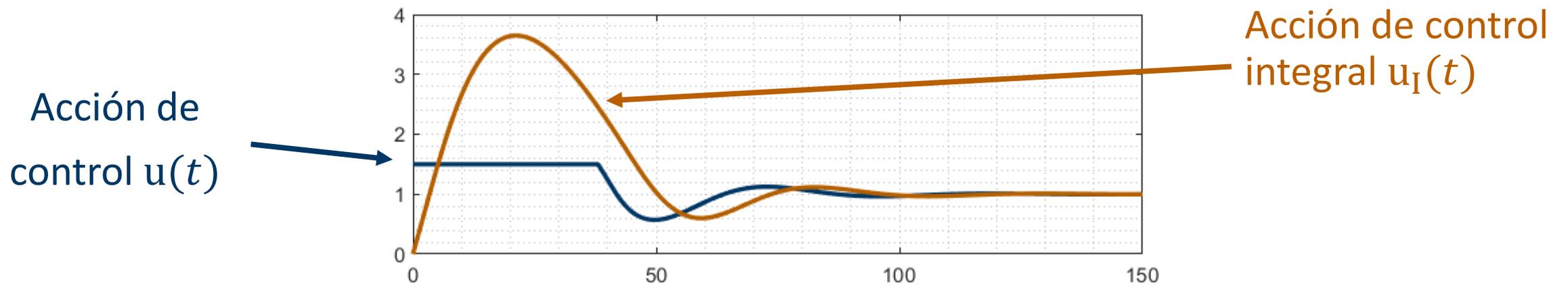
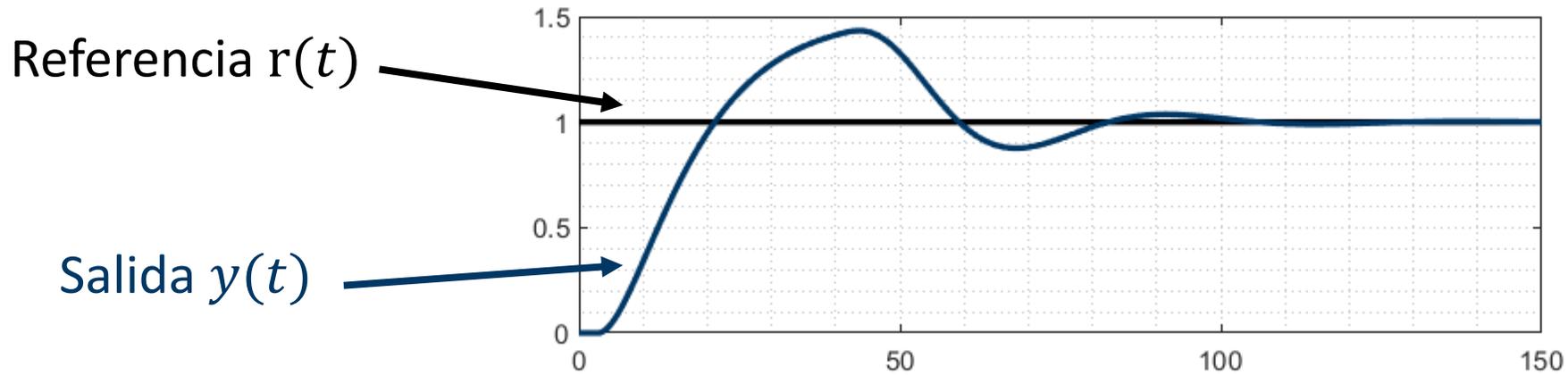
ANTI WIND-UP DEL INTEGRADOR



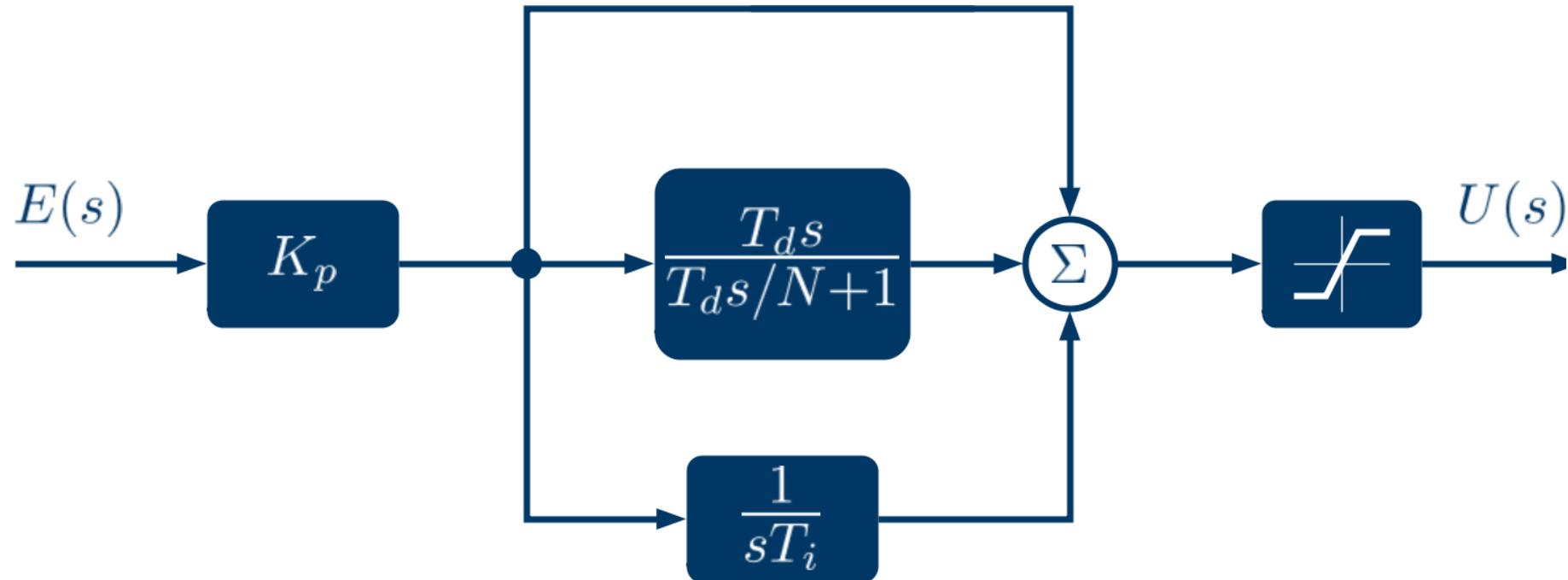
ANTI WIND-UP DEL INTEGRADOR



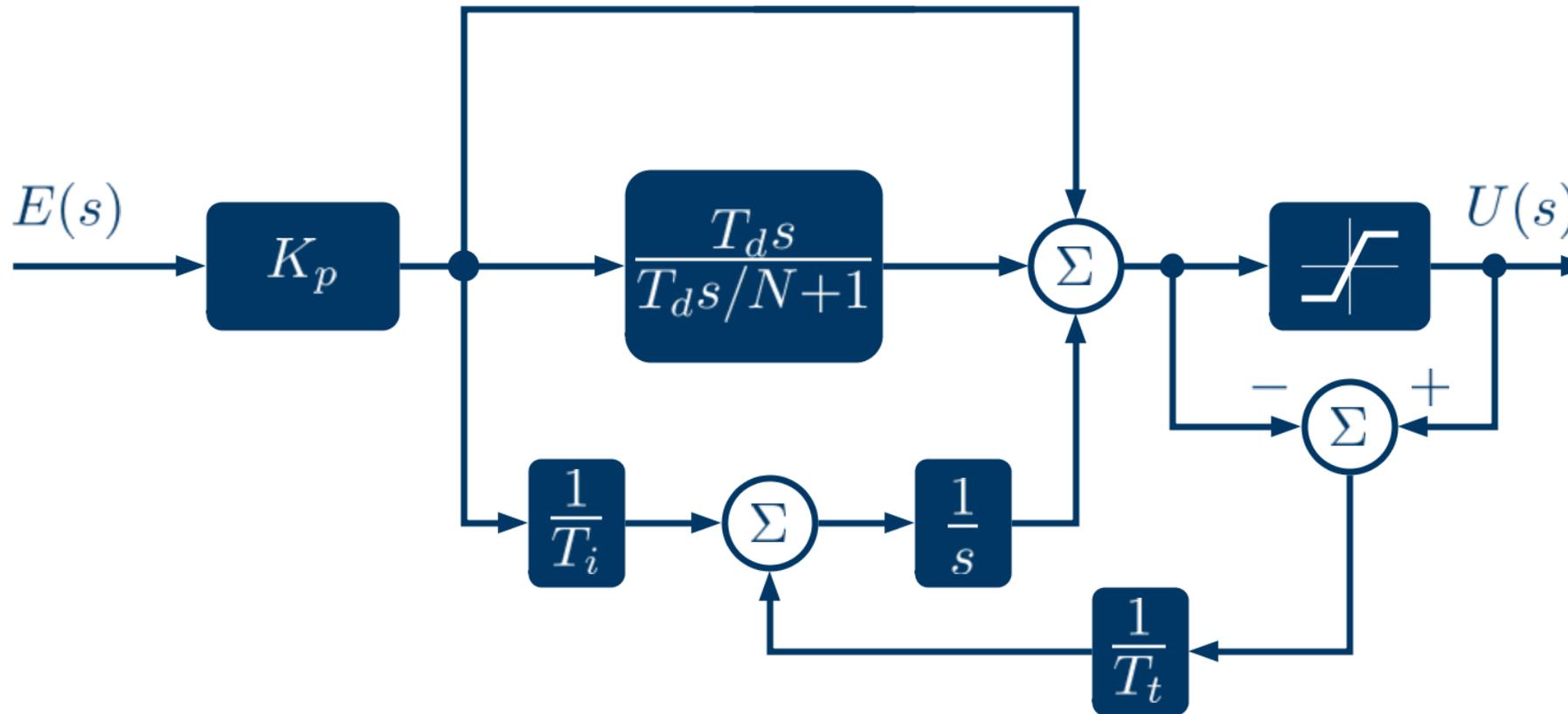
ANTI WIND-UP DEL INTEGRADOR



ANTI WIND-UP DEL INTEGRADOR



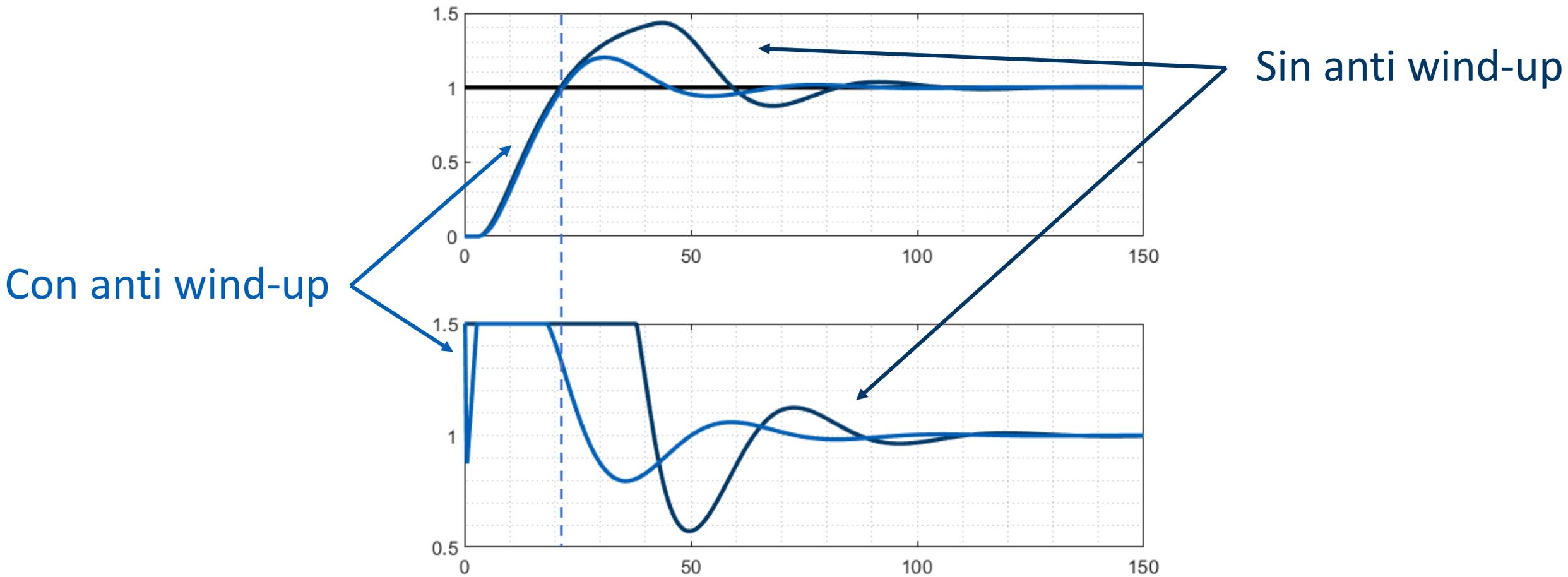
ANTI WIND-UP DEL INTEGRADOR



$$T_i \geq T_t \geq T_d$$

$$T_t = \sqrt{T_i \cdot T_d}$$

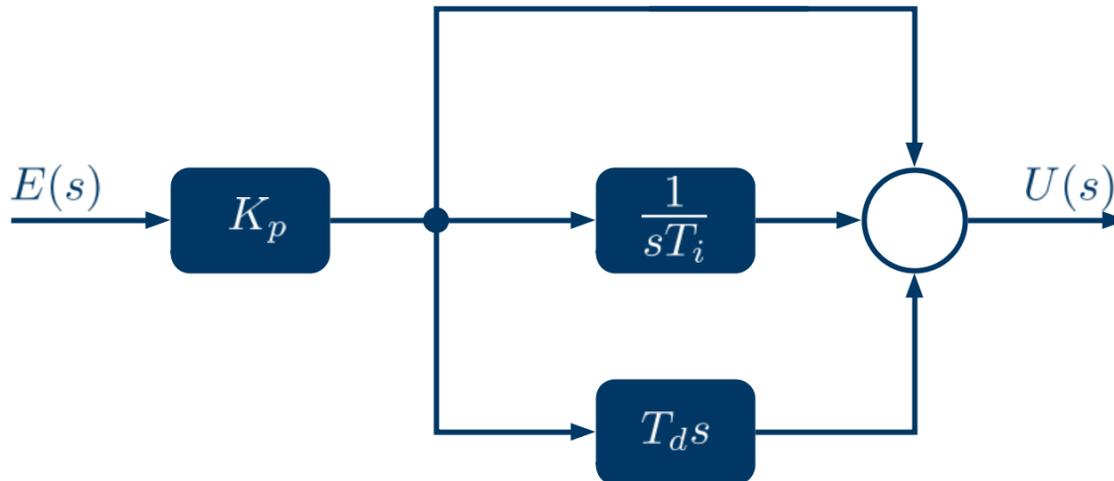
ANTI WIND-UP DEL INTEGRADOR



FORMATOS ESTÁNDAR DE PID

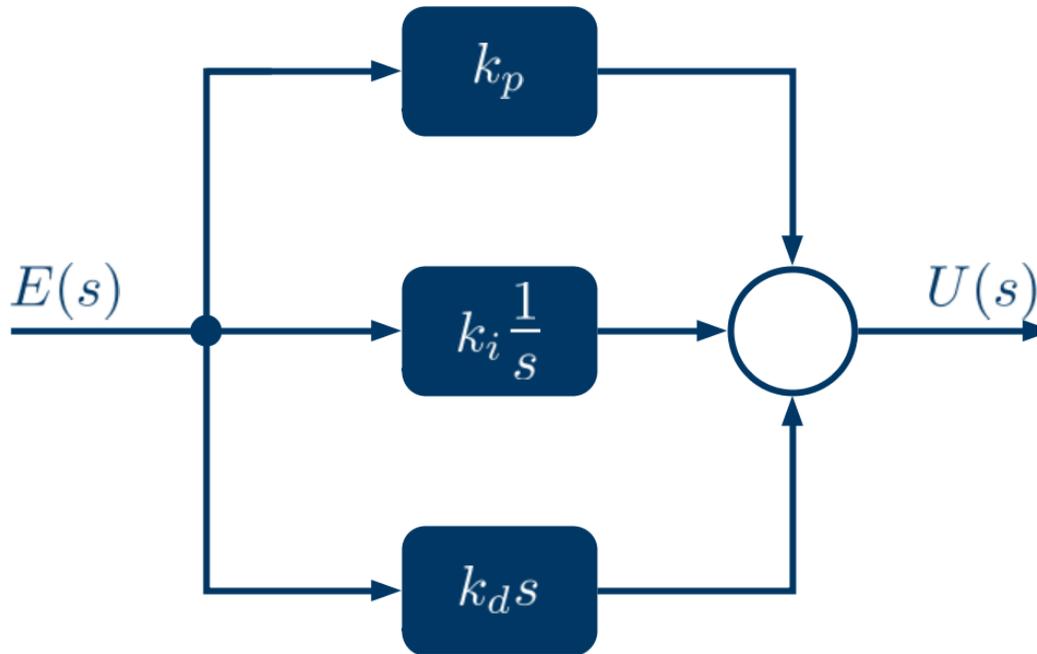
IDEAL, PARALELO, SERIE

Controlador PID formato Estándar (ISA, ideal, non-interacting):



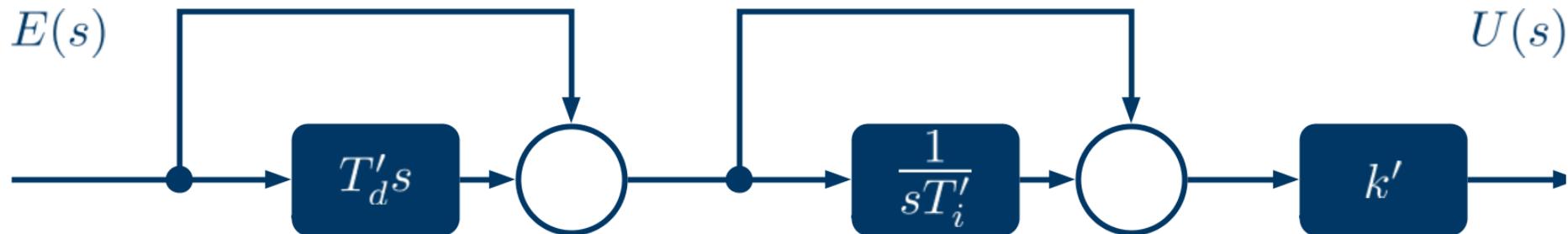
$$U(s) = K_p \cdot \left(1 + \frac{1}{s \cdot T_i} + T_d \cdot s \right) \cdot E(s)$$

Controlador PID en PARALELO:



$$U(s) = \left(k_p + k_i \cdot \frac{1}{s} + k_d \cdot s \right) \cdot E(s)$$

Controlador PID en SERIE (interacting form):



$$U(s) = k' \cdot \left(1 + \frac{1}{s \cdot T'_i} \right) \cdot (1 + T'_d s) \cdot E(s)$$

Equivalencias SERIE a ideal:

$$K_p = k' \cdot \left(1 + \frac{T'_d}{T'_i}\right)$$

$$T_i = T'_i + T'_d$$

$$T_d = \frac{T'_i \cdot T'_d}{T'_i + T'_d}$$

Equivalencias ideal a SERIE:

(solo si $T_i \geq 4T_d$)

$$k' = \frac{K_p}{2} \cdot \left(1 + \sqrt{1 - 4T_d/T_i}\right)$$

$$T'_i = \frac{T_i}{2} \cdot \left(1 + \sqrt{1 - 4T_d/T_i}\right)$$

$$T'_d = \frac{T_i}{2} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - 4T_d/T_i}\right)$$

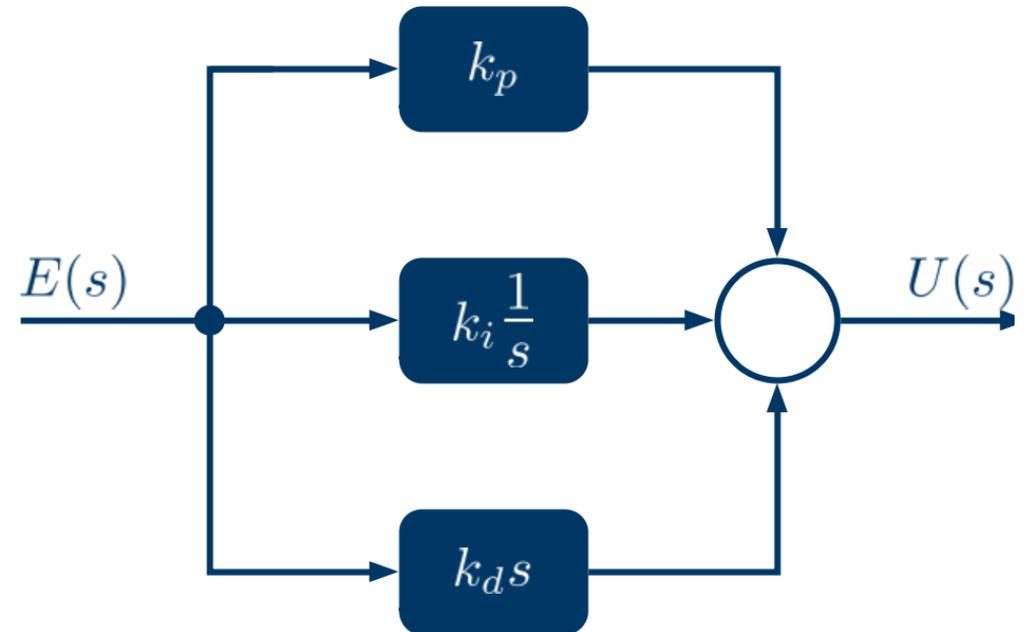
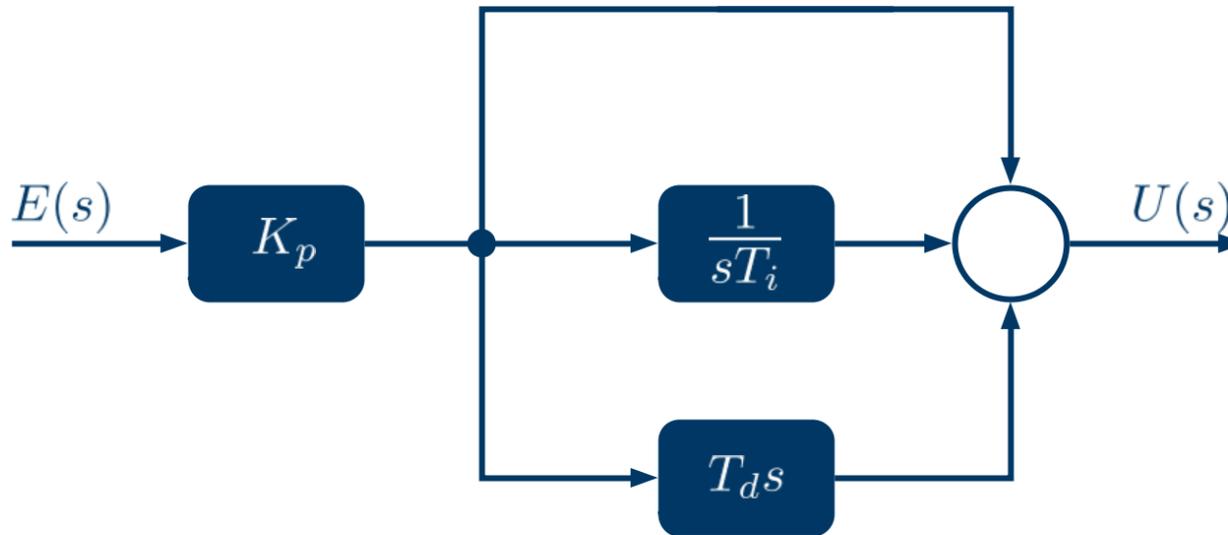
Equivalencias ideal a par:

$$k_p = K_p$$

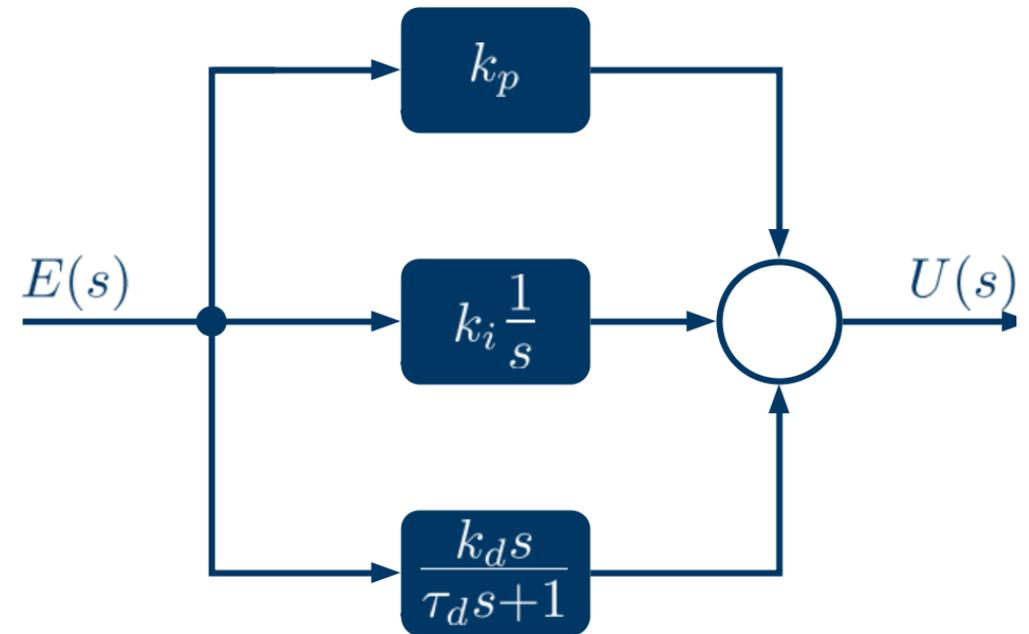
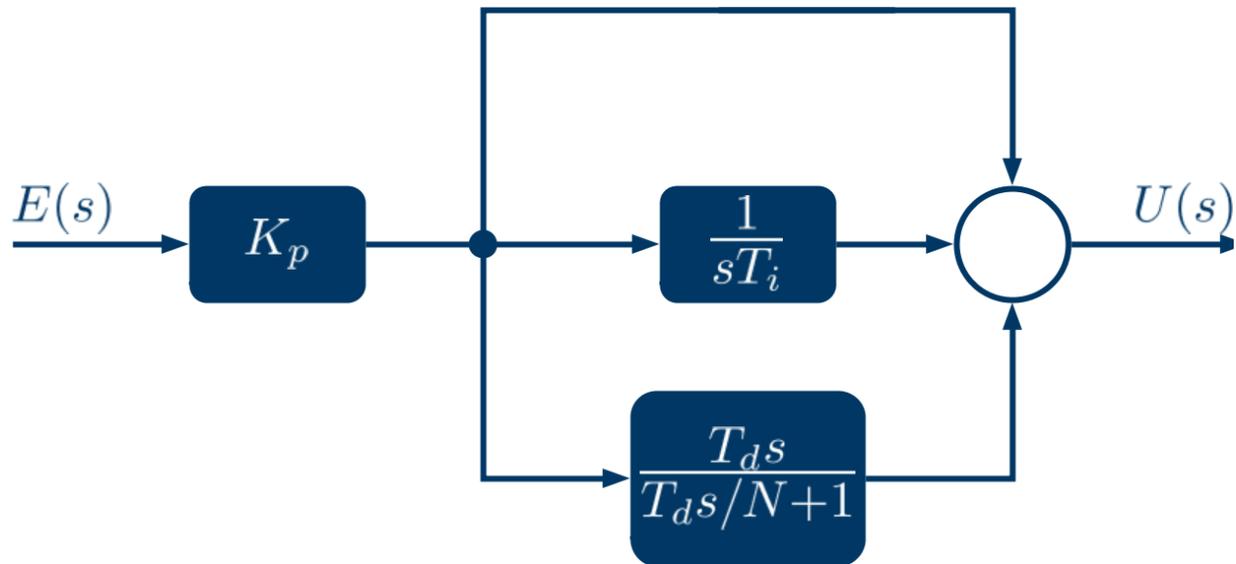
$$k_i = \frac{K_p}{T_i}$$

$$k_d = K_p \cdot T_d$$

Filtro de la derivada forma ideal y en paralelo:



Filtro de la derivada forma ideal y en paralelo:



Filtro de la derivada forma ideal y en paralelo:

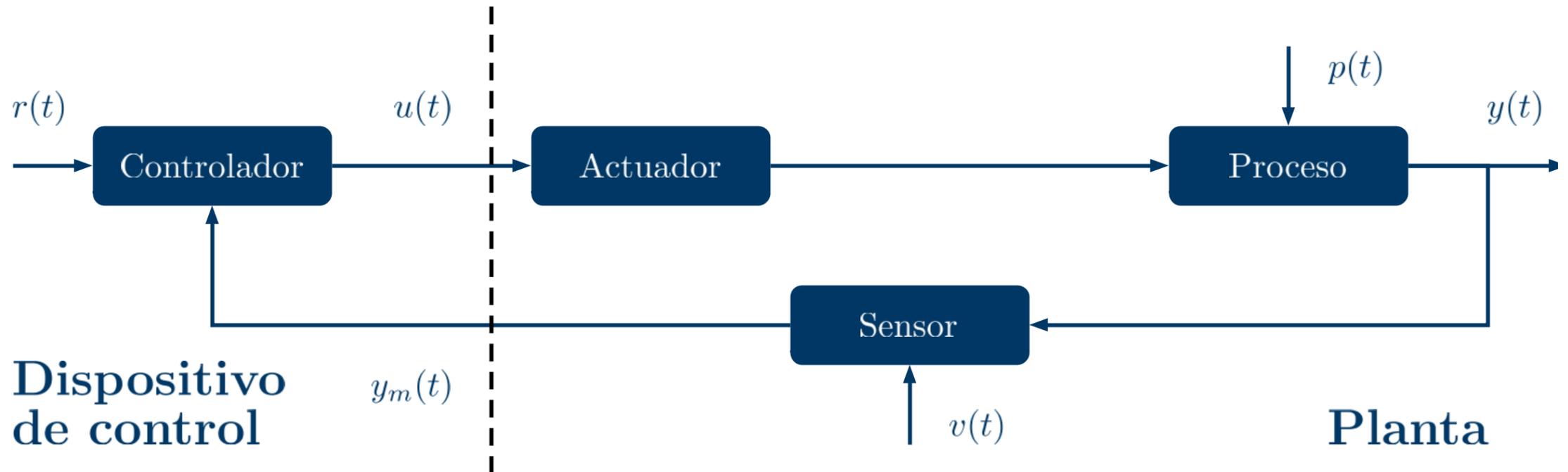


$$\tau_d = \frac{T_d}{N}$$

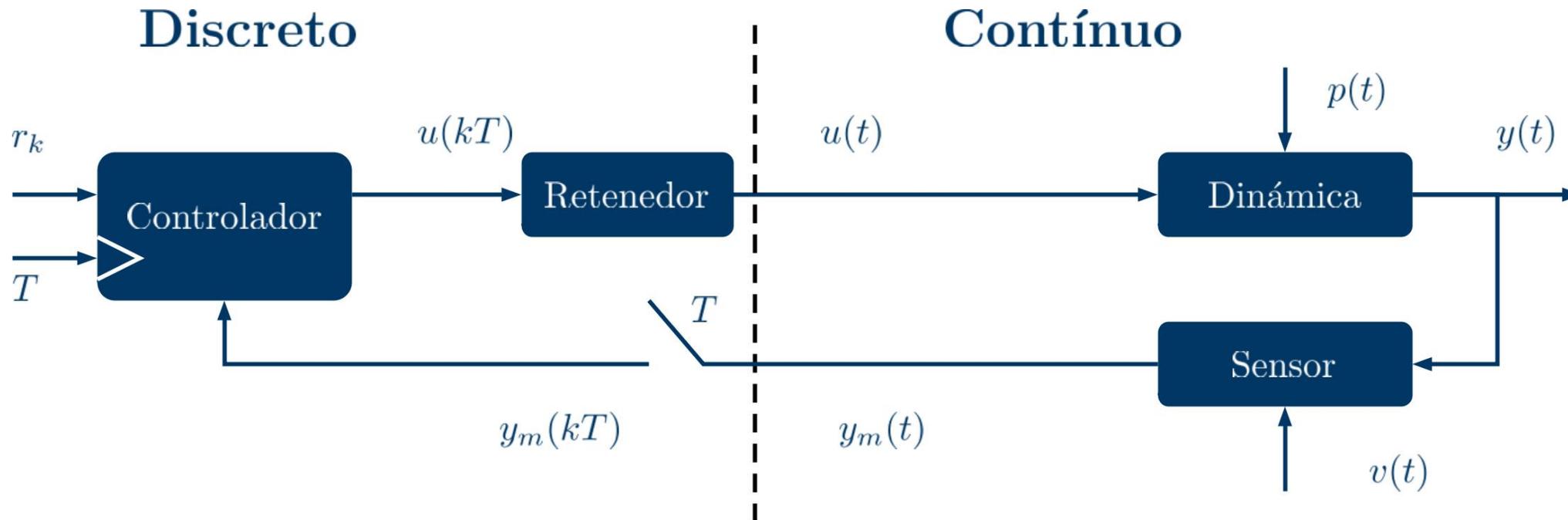
IMPLEMENTACIÓN DIGITAL DEL PID

DISCRETIZACIÓN, IMPLEMENTACIÓN Y PERIODO

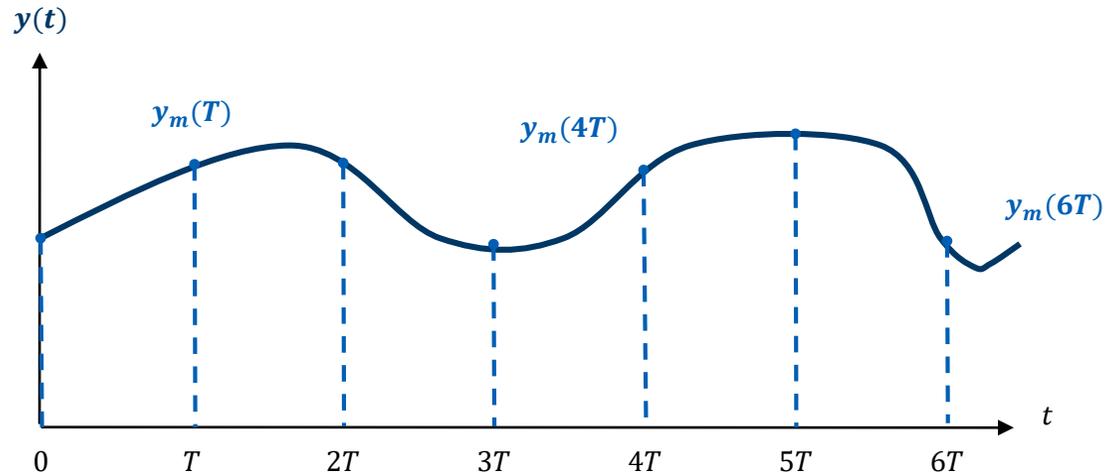
IMPLEMENTACIÓN DIGITAL DEL PID



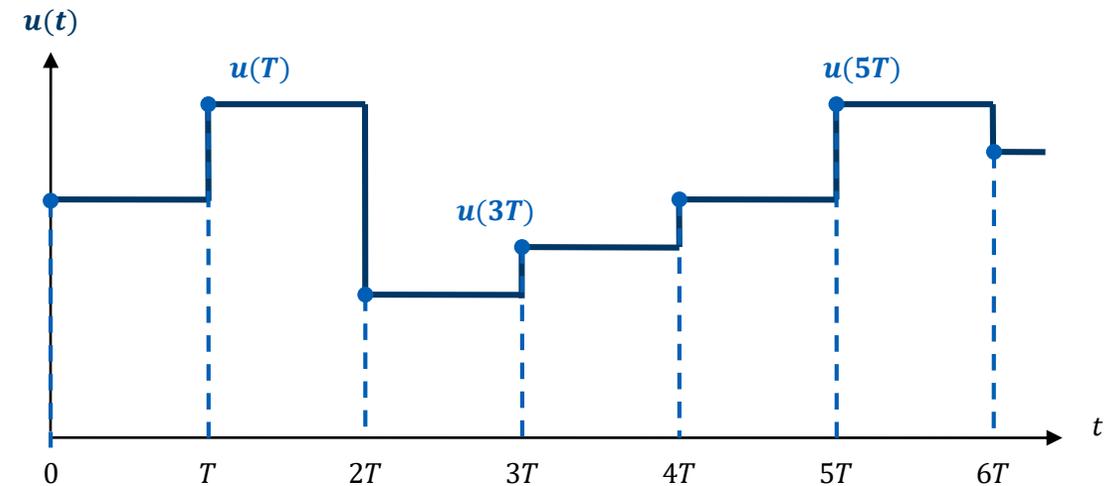
IMPLEMENTACIÓN DIGITAL DEL PID



Contínuo a Discreto

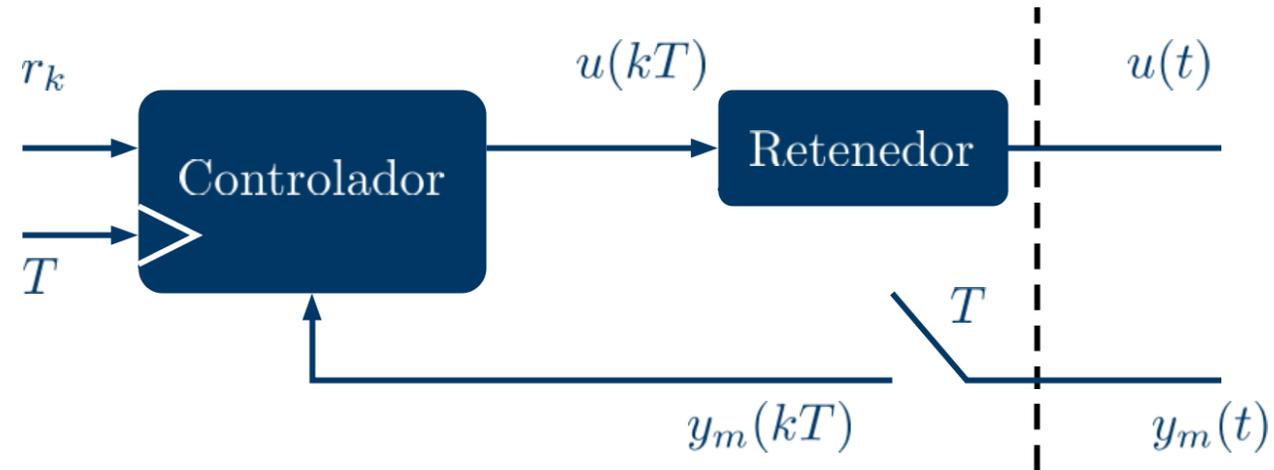


Discreto a contínuo



Rutina periódica consiste en:

1. Leer el valor de la salida del proceso, $y_m(kT)$.
2. Calcular o leer el valor de la referencia, r_k .
3. Calcular la acción de control, $u(kT)$.
4. Actualizar la entrada al proceso.



Implementar:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \cdot \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot s} + \frac{T_d \cdot s}{\frac{T_d}{N} \cdot s + 1} \right) = P + I + D$$

Término Proporcional:

$$P(t) = K_p \cdot e(t) \quad P_k = K_p \cdot e_k$$

Término Derivativo:

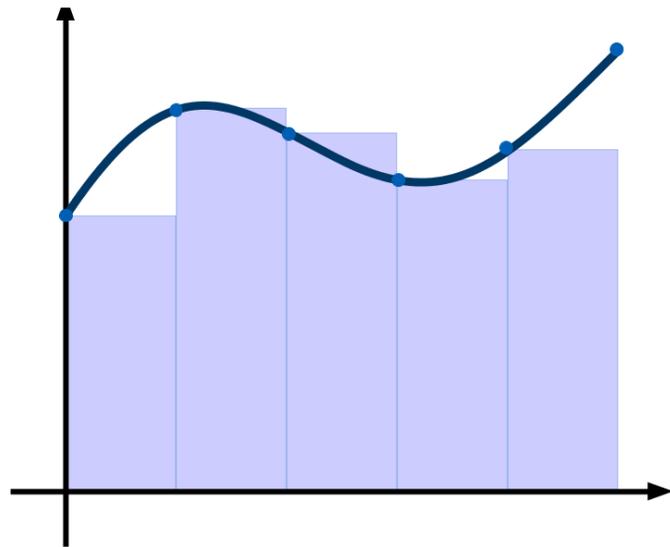
$$\frac{T_d}{N} \cdot \frac{dD(t)}{dt} + D(t) = -K_p \cdot T_d \cdot \frac{de(t)}{dt}$$

Término Integral:

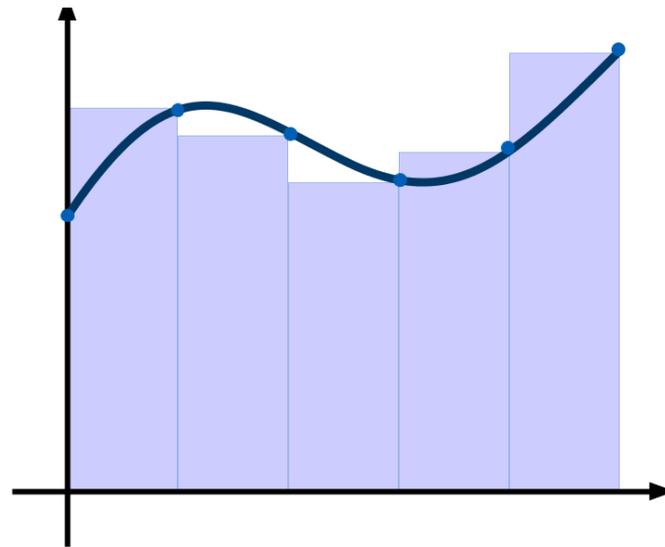
$$I(t) = \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau \rightarrow \frac{dI(t)}{dt} = \frac{K_p}{T_i} e$$

Varias formas de abordar el paso a ecuación en diferencias

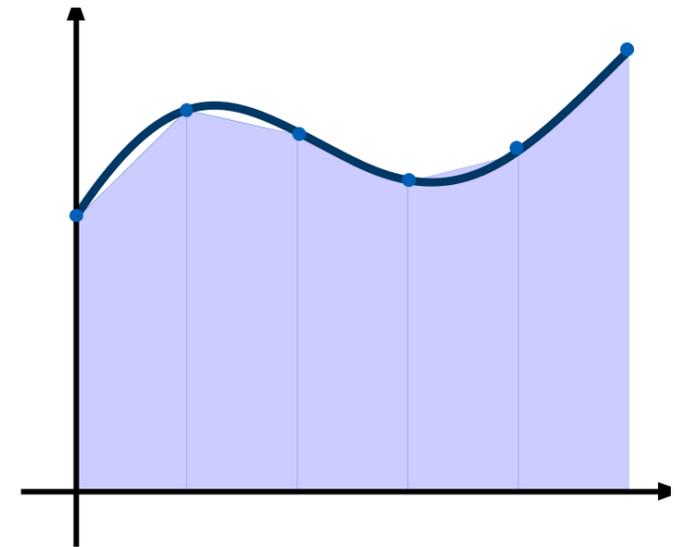
IMPLEMENTACIÓN DIGITAL DEL PID



Forward Euler



Backward Euler



Tustin o Bilinear

Término Integral:

$$I_k = I_{k-1} + b_{i1} \cdot e_k + b_{i2} \cdot e_{k-1}$$

Término Derivativo:

$$D_k = a_d \cdot D_{k-1} + b_d \cdot (e_k - e_{k-1})$$

	b_{i1}	b_{i2}	a_d	b_d
Forward	0	$\frac{K_p T}{T_i}$	$1 - \frac{NT}{T_d}$	$K_p N$
Backward	$\frac{K_p T}{T_i}$	0	$\frac{T_d}{T_d + NT}$	$\frac{K_p T_d N}{T_d + NT}$
Tustin	$\frac{K_p T}{2T_i}$	$\frac{K_p T}{2T_i}$	$\frac{2T_d - NT}{2T_d + NT}$	$\frac{2K_p T_d N}{2T_d + NT}$

IMPLEMENTACIÓN DIGITAL DEL PID

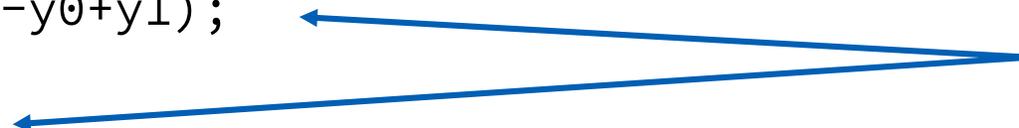


```
y0=entrada analógica 1;  
r0=entrada analógica 2; (o ref=variable interna)  
D=ad*D+bd*(c*r0-c*r1-y0+y1);  
I=I+bi1*(r0-y0);  
u=Kp*(b*r0-y0)+D+I;  
if ((u<umin)&&(e<0)) || ((u>umax)&&(e>0)) then  
    I=I-bi1*(r0-y0);  
end_if  
if (u<umin) then  
    u=umin;  
end_if  
if (u>umax) then  
    u=umax;  
end_if  
salida analógica=u;  
r1=r0;  
y1=y0;
```

IMPLEMENTACIÓN DIGITAL DEL PID

```
y0=entrada analógica 1;  
r0=entrada analógica 2; (o ref=variable interna)  
D=ad*D+bd*(c*r0-c*r1-y0+y1);  
I=I+bi1*(r0-y0);  
u=Kp*(b*r0-y0)+D+I;  
if ((u<umin)&&(e<0)) || ((u>umax)&&(e>0)) then  
    I=I-bi1*(r0-y0);  
end_if  
if (u<umin) then  
    u=umin;  
end_if  
if (u>umax) then  
    u=umax;  
end_if  
salida analógica=u;  
r1=r0;  
y1=y0;
```

Ponderación de la referencia



IMPLEMENTACIÓN DIGITAL DEL PID

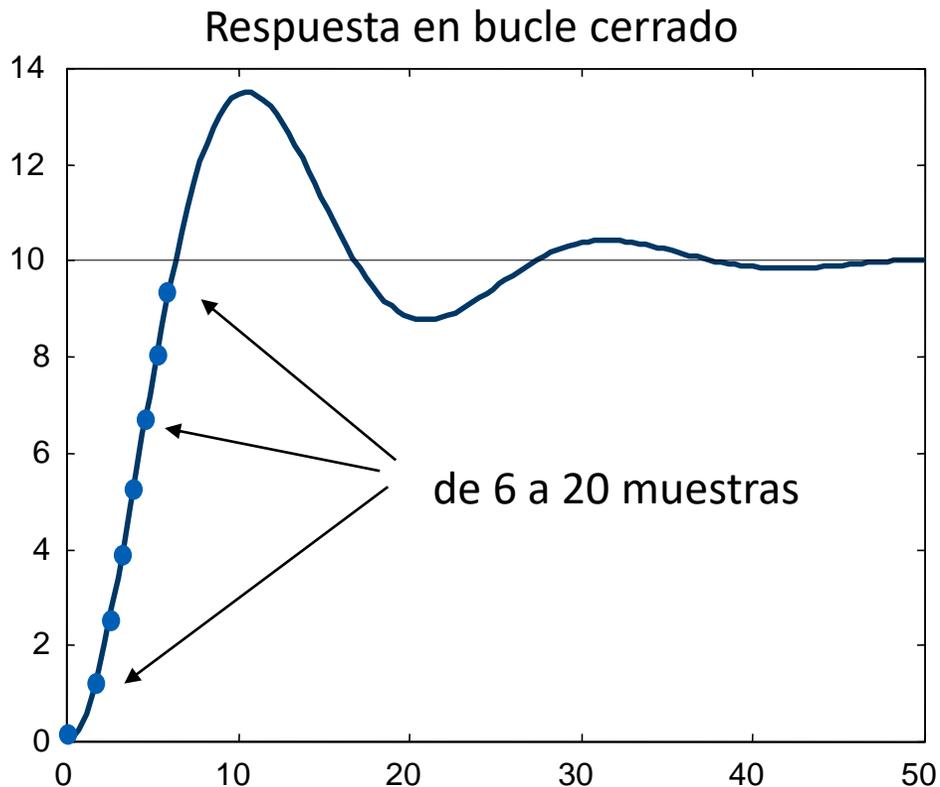


```
y0=entrada analógica 1;  
r0=entrada analógica 2; (o ref=variable interna)  
D=ad*D+bd*(c*r0-c*r1-y0+y1);  
I=I+bi1*(r0-y0);  
u=Kp*(b*r0-y0)+D+I;  
if ((u<umin)&&(e<0)) || ((u>umax)&&(e>0)) then  
    I=I-bi1*(r0-y0);  
end_if  
if (u<umin) then  
    u=umin;  
end_if  
if (u>umax) then  
    u=umax;  
end_if  
salida analógica=u;  
r1=r0;  
y1=y0;
```

Ponderación de la referencia

Saturación y anti wind-up

Selección del periodo de muestreo T



Bastante bajo para que no se pierda información. Criterio práctico:

- $T \in \left[\frac{t_r}{20}, \frac{t_r}{6} \right]$

Que quepan entre 6 y 20 muestras en la subida.

Un valor típico: $T \approx \frac{t_r}{10}$.

SELECCIÓN DEL TIPO DE CONTROLADOR

RELACIÓN ENTRE OBJETIVOS Y PARÁMETROS

CARACTERÍSTICAS DE CONTROLADORES

ENTRE EL PI Y EL PID

Relación entre objetivos de diseño y parámetros del controlador

Seguimiento de referencia y rechazo de perturbaciones

Atenuación del ruido de medida

Robustez frente a cambios en el proceso

¿Qué controlador escoger?

Controlador PI

- El ruido de medida es grande.
- Se requiere respuesta suave y lenta.
- El proceso tiene mucho retardo.

Controlador P o PD

- Excepcionalmente en procesos con integrador.
- Lazo interno de un control en cascada.

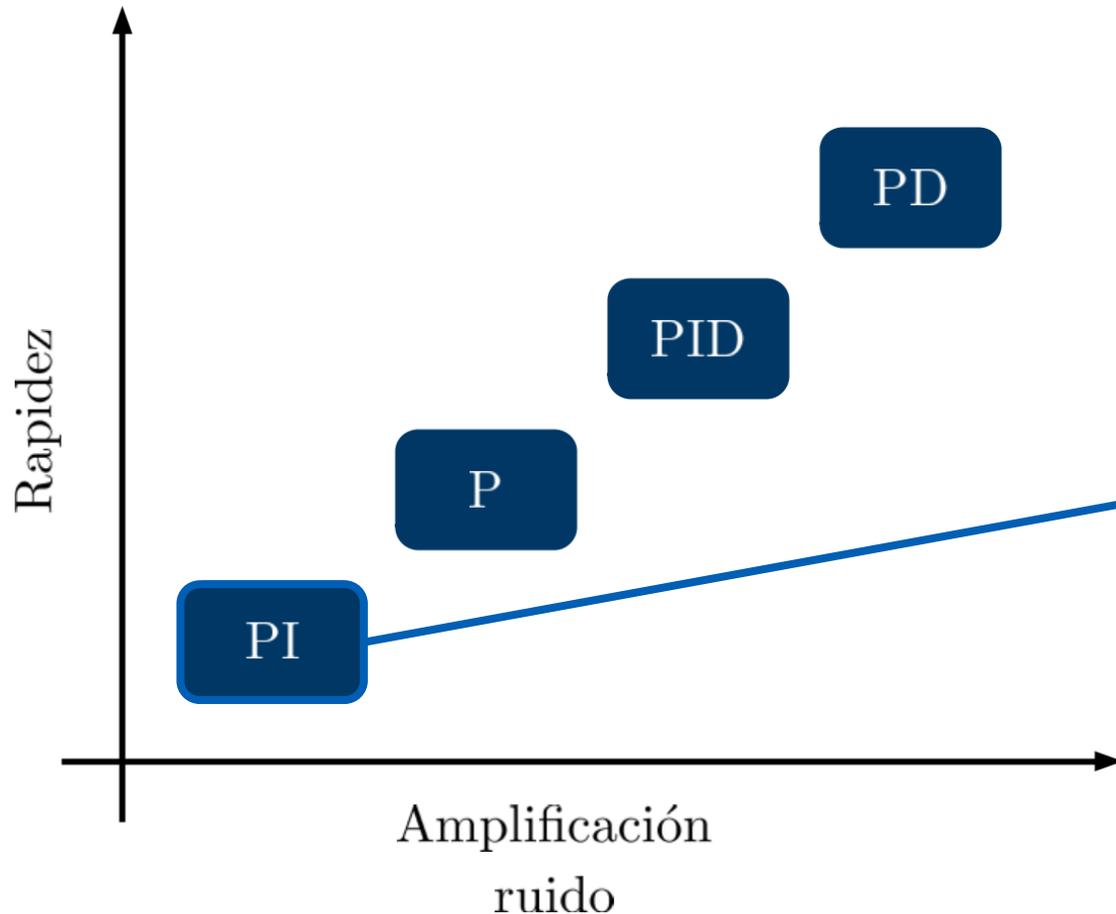
Controlador PID

- El ruido de medida NO es grande.
- Se requiere respuesta lo más rápida.
- El proceso no tiene mucho retardo.

Otro tipo de controladores o estructuras

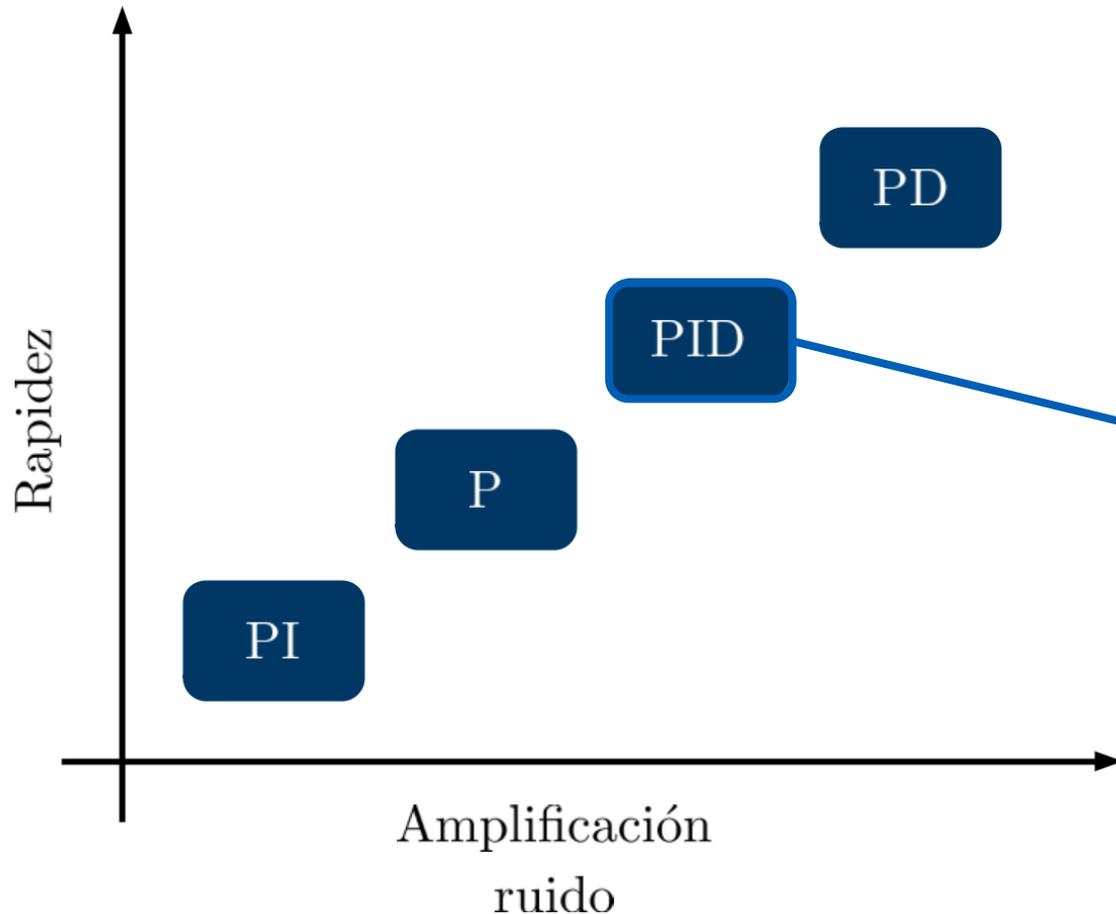
- Variantes de lazos según sensores y actuadores: Predictor de Smith, control en cascada...
- Realimentación de estados, Gain-scheduling,...

SELECCIÓN DEL TIPO DE CONTROLADOR



Si el sensor es muy ruidoso, o bien se requiere una respuesta muy suave, o bien el proceso tiene un retardo grande, lo más común es elegir el **controlador PI**.

SELECCIÓN DEL TIPO DE CONTROLADOR



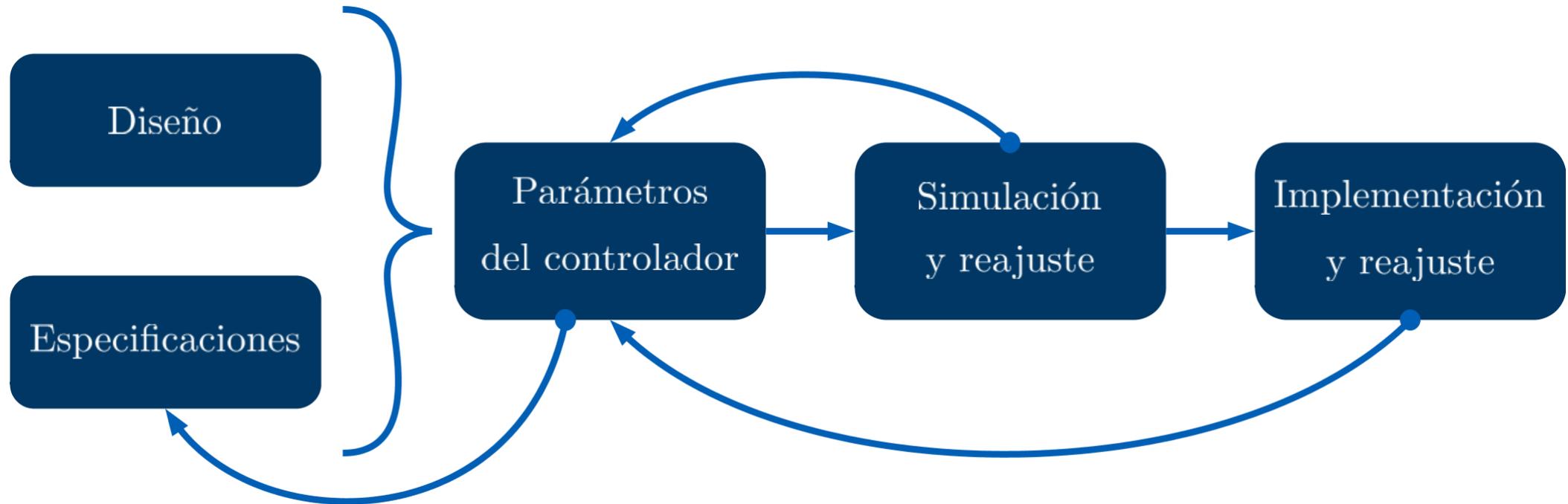
Si el sensor no es muy ruidoso y el sistema no tiene un retardo grande se puede elegir el **controlador PID** completo.

Pero, hay que ajustar el parámetro de filtro N adecuadamente.

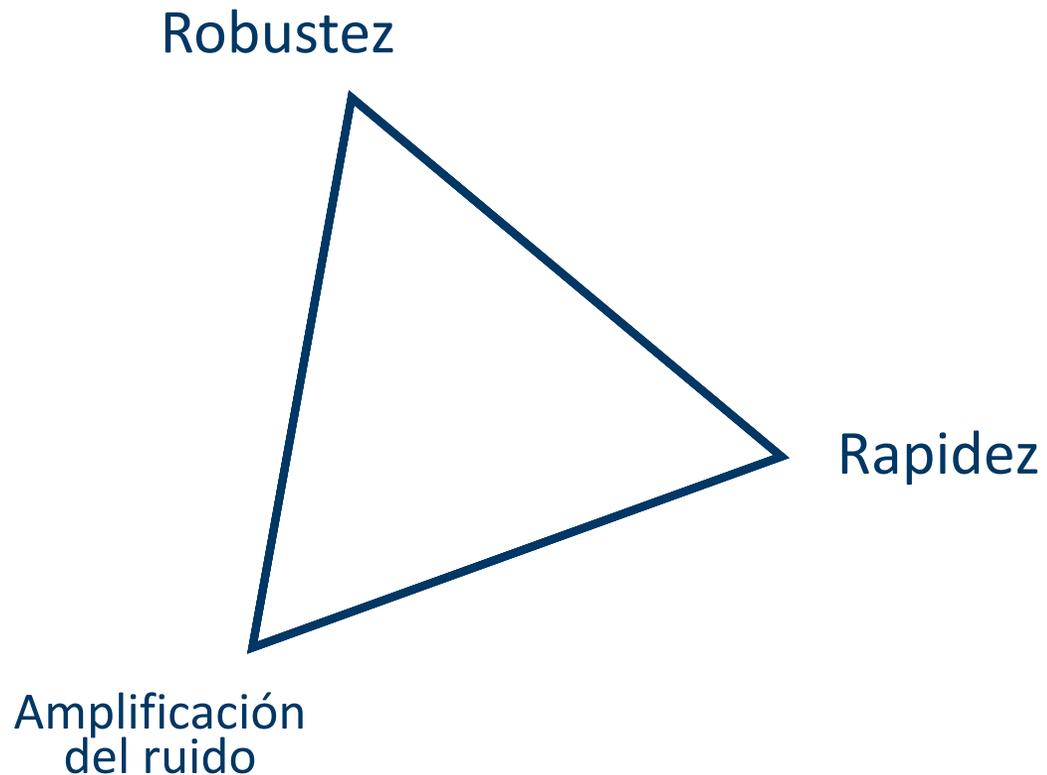
TÉCNICAS DE DISEÑO

PRINCIPIOS Y ESTRATÉGIAS

Ajustar **NO** es un procedimiento unidireccional, es iterativo



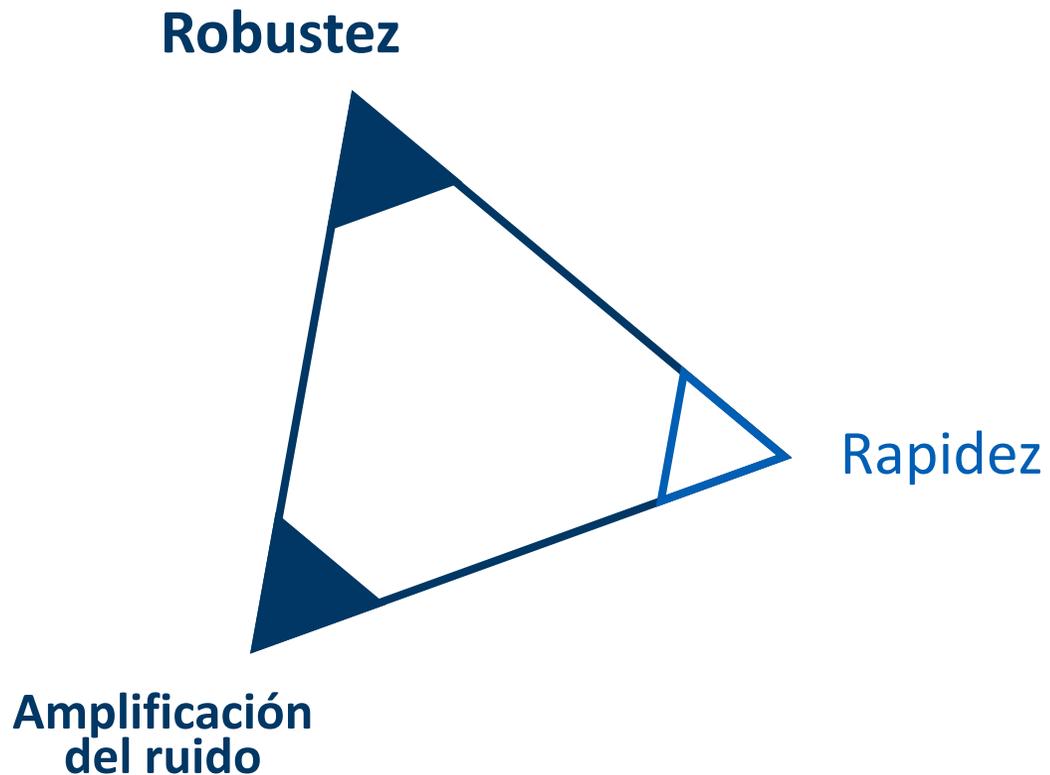
El ajuste es un compromiso entre tres objetivos



3 Estrategias de ajuste de PID:

Fijar 2 vértices y optimizar el restante

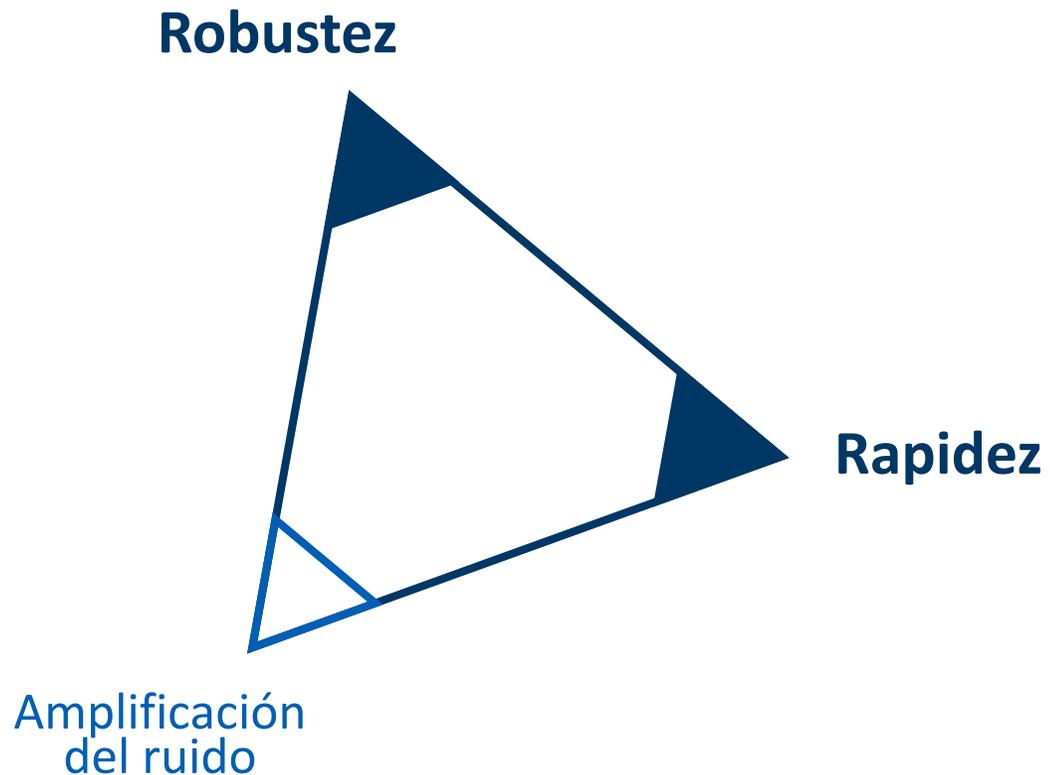
El ajuste es un compromiso entre tres objetivos



3 Estrategias de ajuste de PID:

1. Fijar **robustez** y **amplificación del ruido** y optimizar **rapidez** de respuesta.

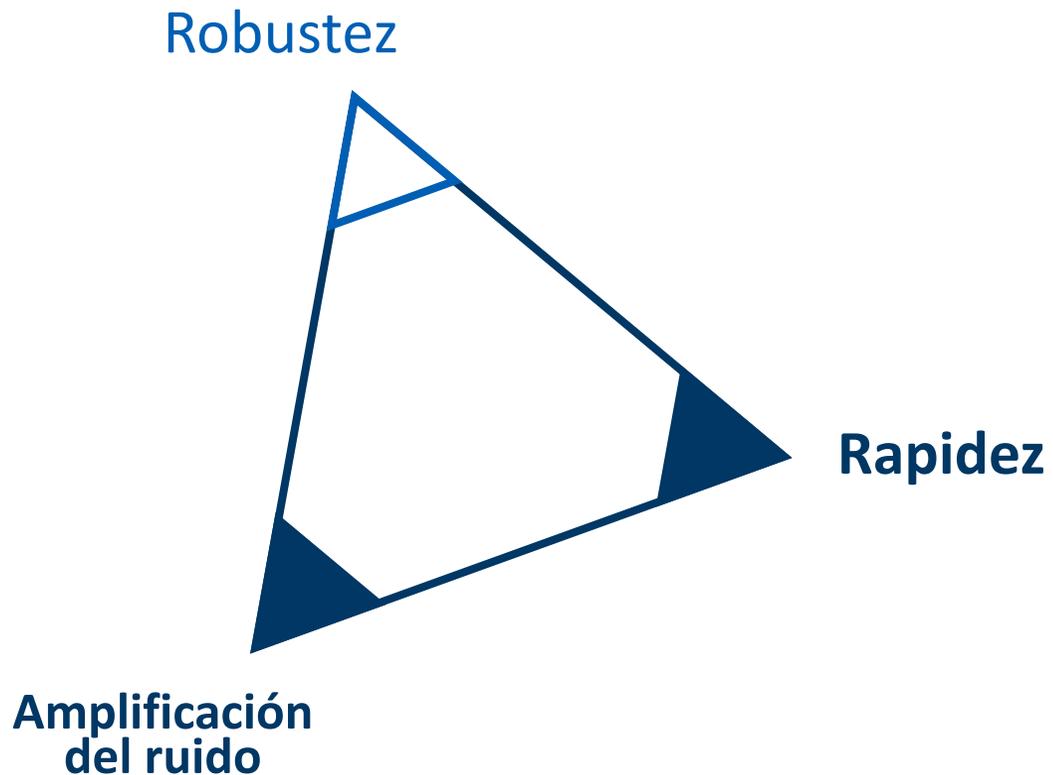
El ajuste es un compromiso entre tres objetivos



3 Estrategias de ajuste de PID:

1. Fijar **robustez** y **amplificación del ruido** y minimizar la **rapidez** de respuesta.
2. Fijar **robustez** y **rapidez** de respuesta y minimizar la **amplificación del ruido**.
3. Fijar **rapidez** y **amplificación del ruido** y minimizar la **robustez**.

El ajuste es un compromiso entre tres objetivos

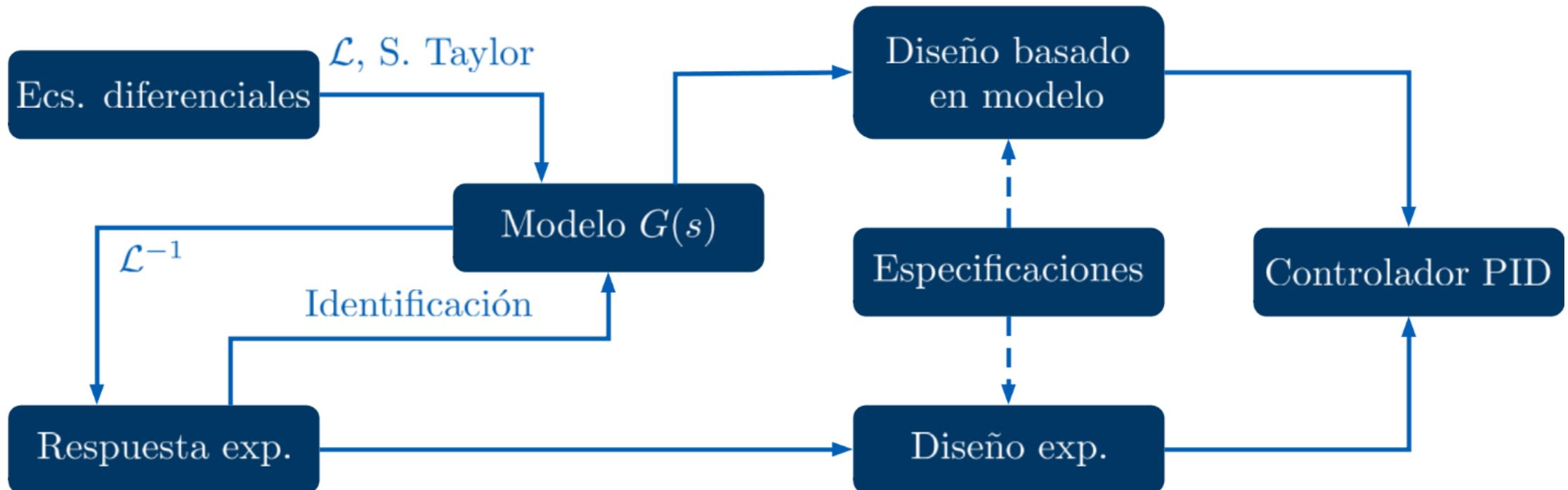


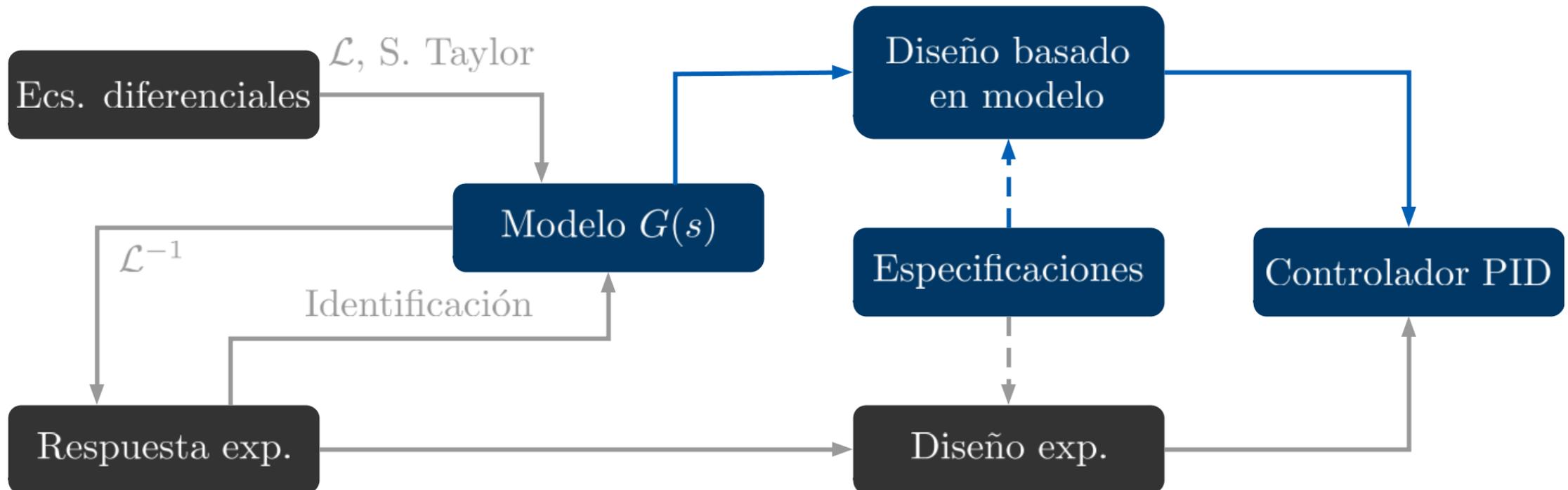
3 Estrategias de ajuste de PID:

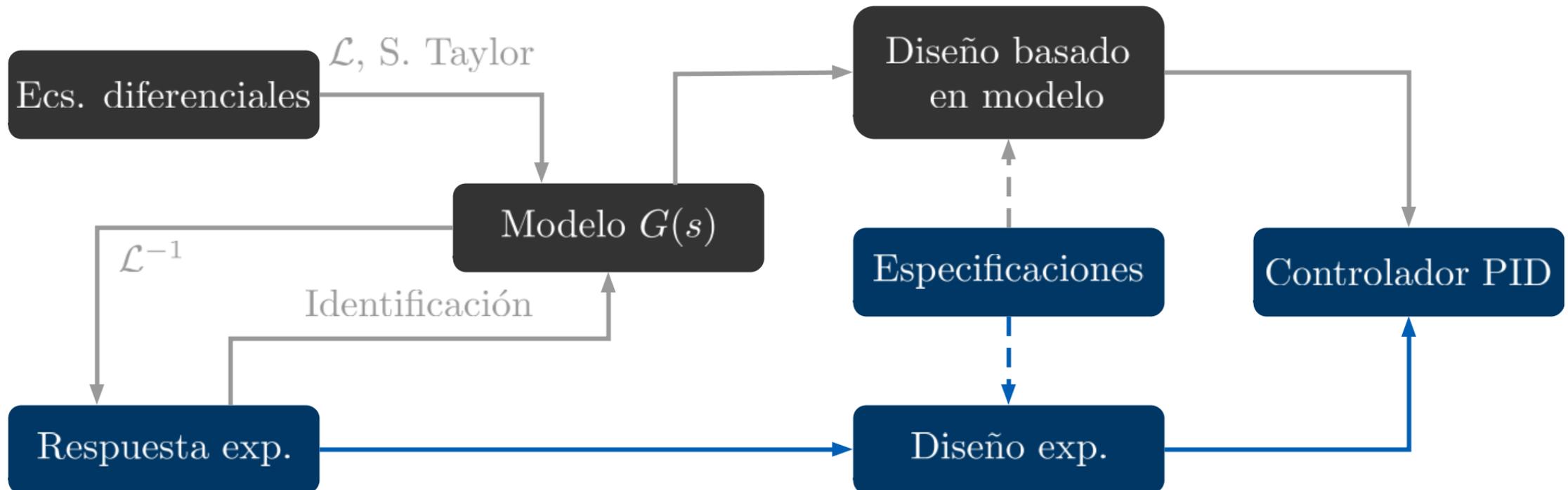
3. Fijar la **rapidez** de respuesta y la **amplificación del ruido** y maximizar la **robustez**.

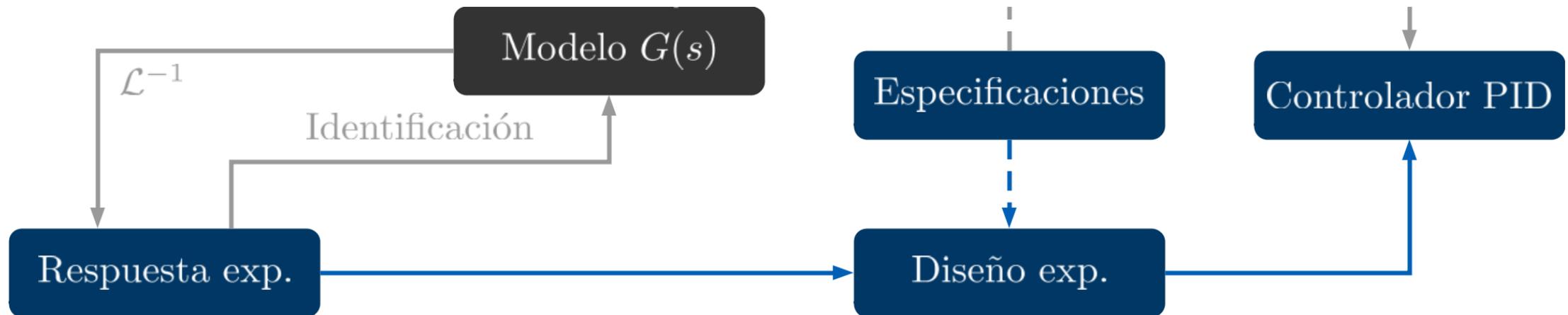
AJUSTE EXPERIMENTAL

INTRODUCCIÓN









- No requieren conocer un Modelo.
- Se basan en realizar un experimento.
- De la respuesta se extraen parámetros para obtener el controlador.
- Existen distintos métodos según el tipo de experimento y duración.

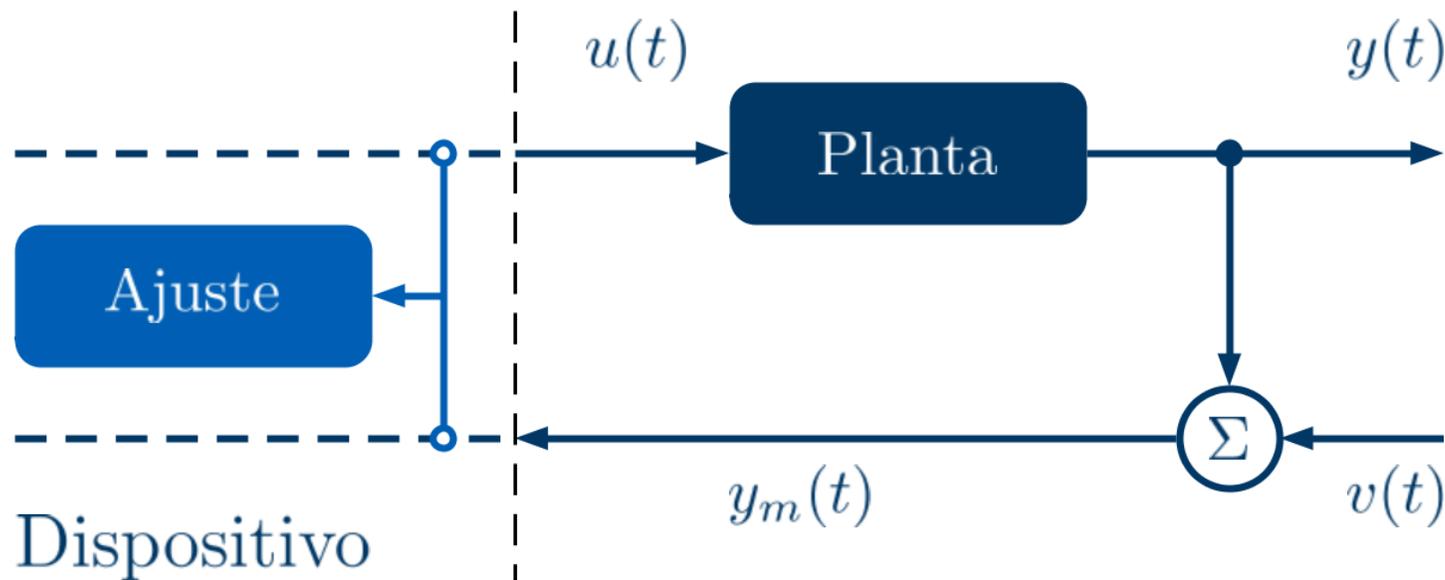
MÉTODOS BASADOS EN LA RESPUESTA EN BUCLE ABIERTO

MÉTODOS SIN VALOR FINAL CONOCIDO

MÉTODOS CON VALOR FINAL CONOCIDO

MÉTODOS BASADOS EN LA RESPUESTA EN BUCLE ABIERTO

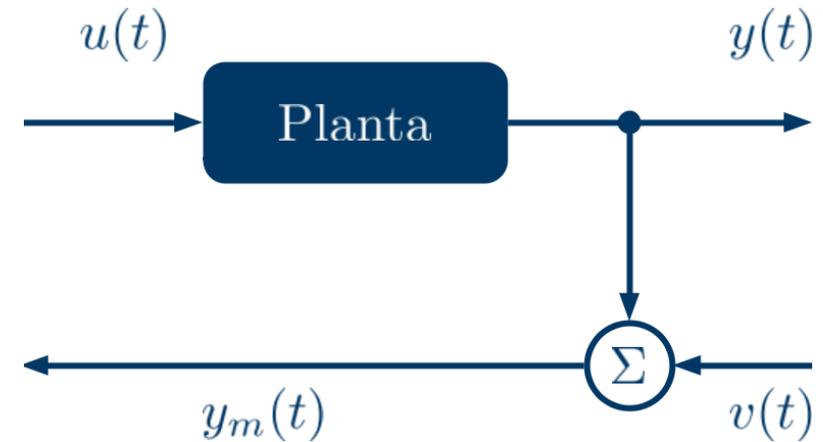
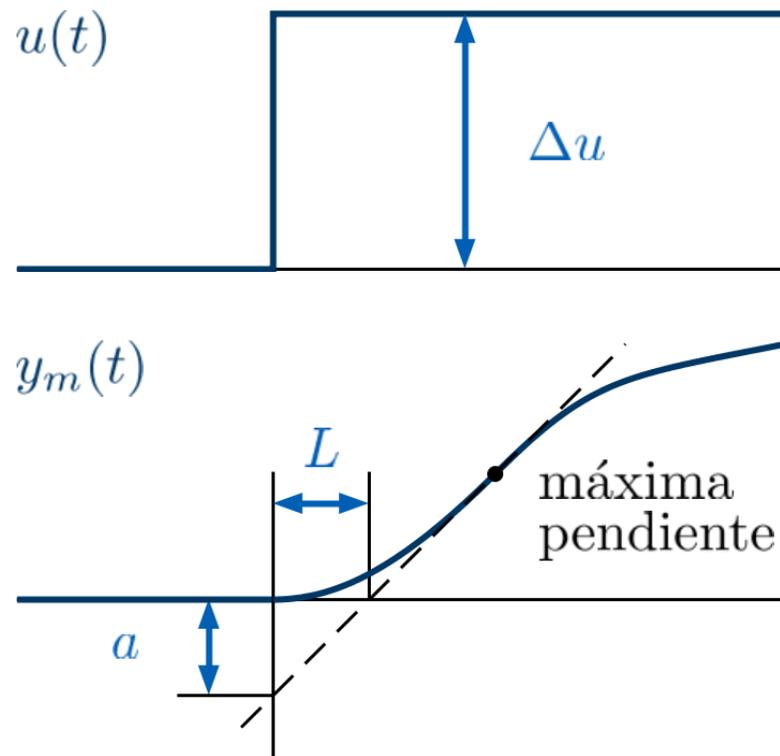
Métodos en bucle abierto:



$u(t)$ no es función de $y_m(t)$

MÉTODOS BASADOS EN LA RESPUESTA EN BUCLE ABIERTO

Escalón sin valor final conocido:



- Con el sistema estabilizado, se incrementa la entrada en Δu .
- No es necesario esperar al valor final de la salida.

MÉTODOS BASADOS EN LA RESPUESTA EN BUCLE ABIERTO



Escalón sin valor final conocido:

	PI				PID			
	K_p	T_i	T_d	K_i	K_p	T_i	T_d	K_i
Poco robusto	$0.6 \frac{\Delta u}{a}$	$4L$	0	$0.15 \frac{\Delta u}{aL}$	$0.95 \frac{\Delta u}{a}$	$2.4L$	$0.42L$	$0.4 \frac{\Delta u}{aL}$
Robustez intermedia	$0.475 \frac{\Delta u}{a}$	$8.7L$	0	$0.055 \frac{\Delta u}{aL}$	$0.7 \frac{\Delta u}{a}$	$5.2L$	$0.46L$	$0.135 \frac{\Delta u}{aL}$
Muy robusto	$0.35 \frac{\Delta u}{a}$	$13.4L$	0	$0.025 \frac{\Delta u}{aL}$	$0.45 \frac{\Delta u}{a}$	$8L$	$0.5L$	$0.056 \frac{\Delta u}{aL}$

MÉTODOS BASADOS EN LA RESPUESTA EN BUCLE ABIERTO

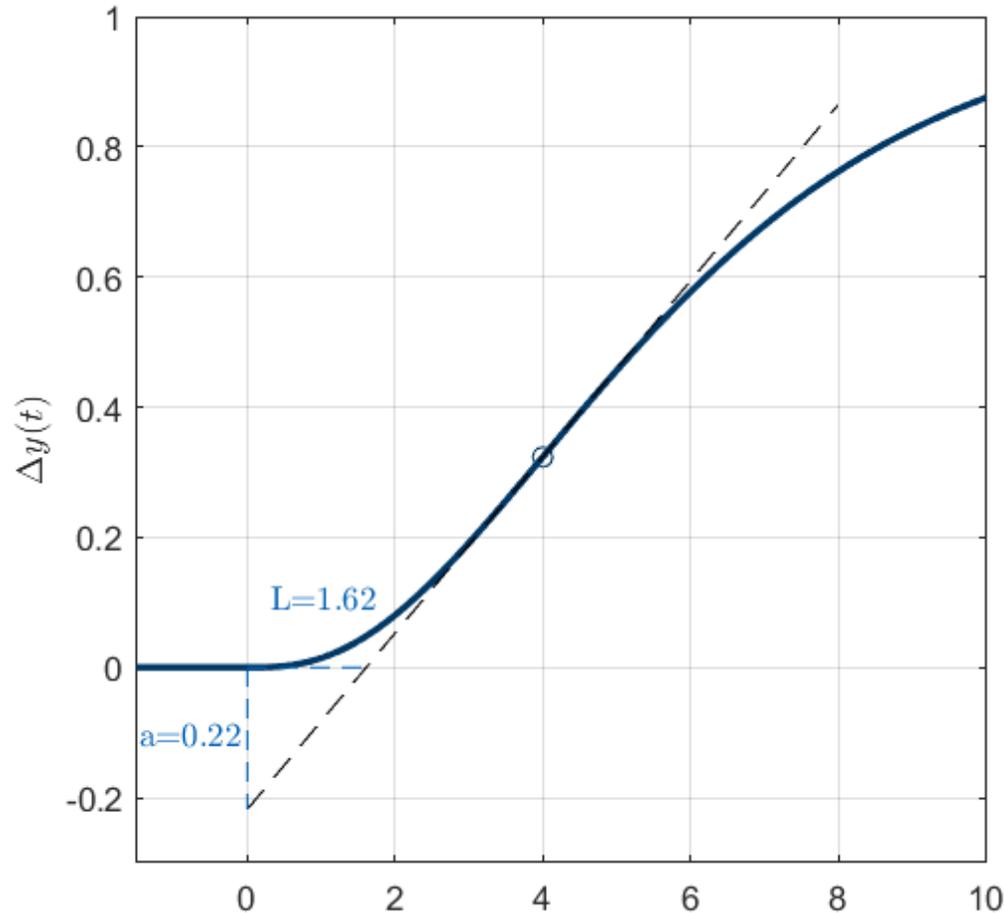
Escalón sin valor final conocido:

	PI			
	K_p	T_i	T_d	K_i
Poco robusto	$0.6 \frac{\Delta u}{a}$	$4L$	0	$0.15 \frac{\Delta u}{aL}$
Robustez intermedia	$0.475 \frac{\Delta u}{a}$	$8.7L$	0	$0.055 \frac{\Delta u}{aL}$
Muy robusto	$0.35 \frac{\Delta u}{a}$	$13.4L$	0	$0.025 \frac{\Delta u}{aL}$

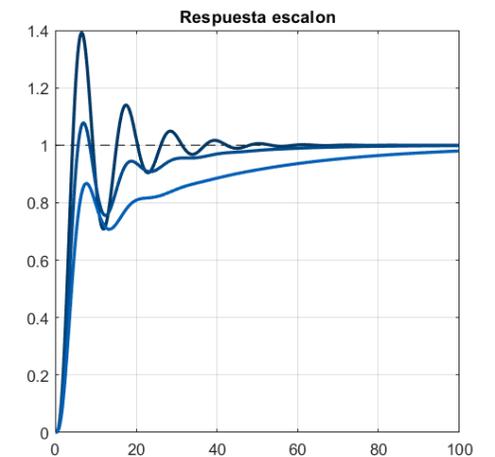
Permite estimar el $IAE \approx \frac{1}{K_i} = IE$

Se pueden obtener controladores con diferentes grados de robustez interpolando

MÉTODOS BASADOS EN LA RESPUESTA EN BUCLE ABIERTO

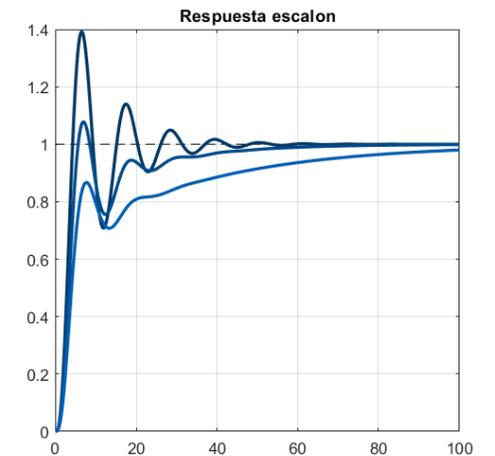
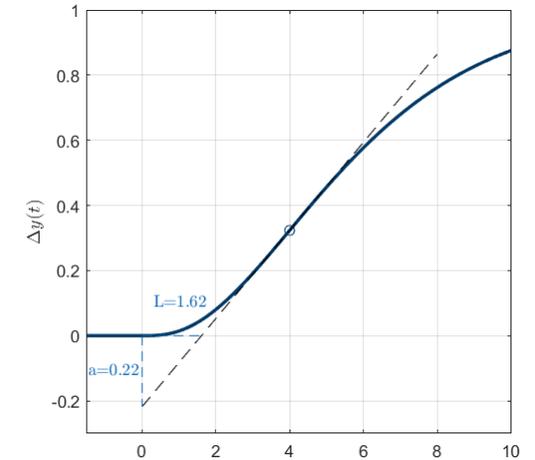


	PI			
	K_p	T_i	T_d	K_i
Poco robusto	$0.6 \frac{\Delta u}{a}$	$4L$	0	$0.15 \frac{\Delta u}{aL}$
Robustez intermedia	$0.475 \frac{\Delta u}{a}$	$8.7L$	0	$0.055 \frac{\Delta u}{aL}$
Muy robusto	$0.35 \frac{\Delta u}{a}$	$13.4L$	0	$0.025 \frac{\Delta u}{aL}$

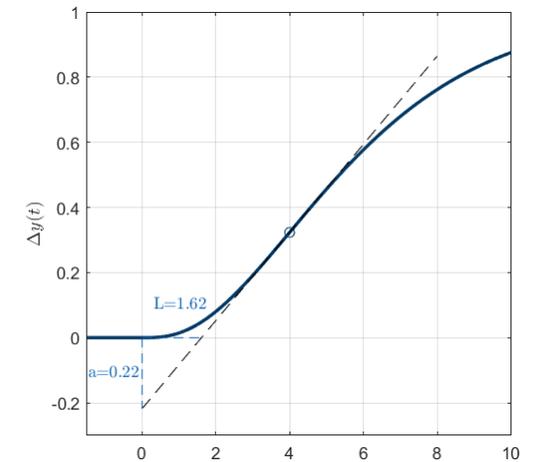
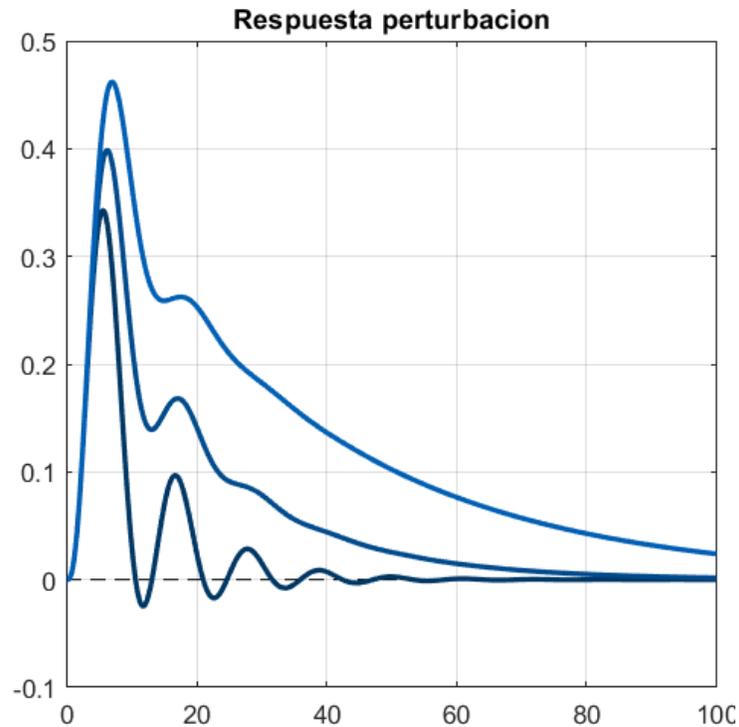
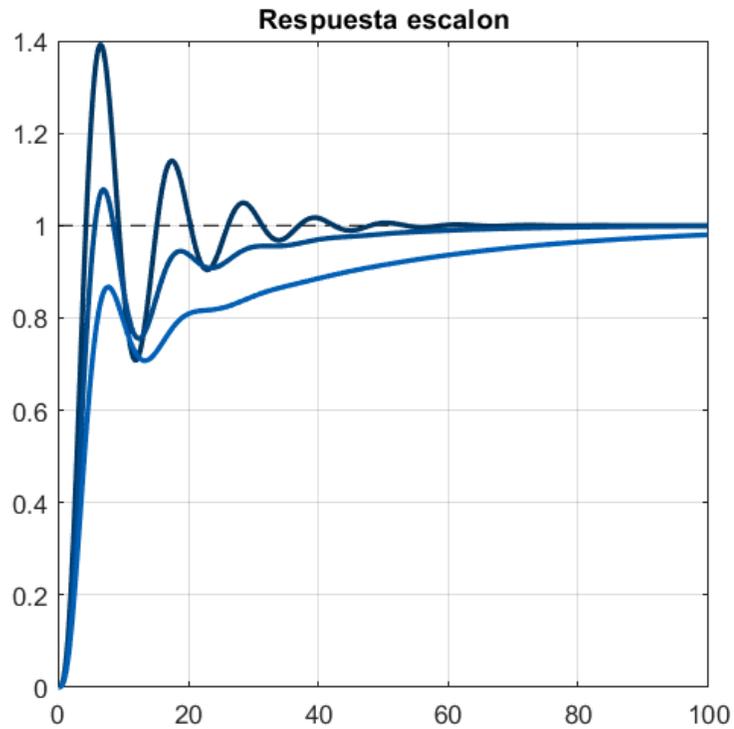


MÉTODOS BASADOS EN LA RESPUESTA EN BUCLE ABIERTO

	PI			
	K_p	T_i	T_d	K_i
Poco robusto	$0.6 \frac{\Delta u}{a}$	$4L$	0	$0.15 \frac{\Delta u}{aL}$
Robustez intermedia	$0.475 \frac{\Delta u}{a}$	$8.7L$	0	$0.055 \frac{\Delta u}{aL}$
Muy robusto	$0.35 \frac{\Delta u}{a}$	$13.4L$	0	$0.025 \frac{\Delta u}{aL}$



MÉTODOS BASADOS EN LA RESPUESTA EN BUCLE ABIERTO



— Poco robusto

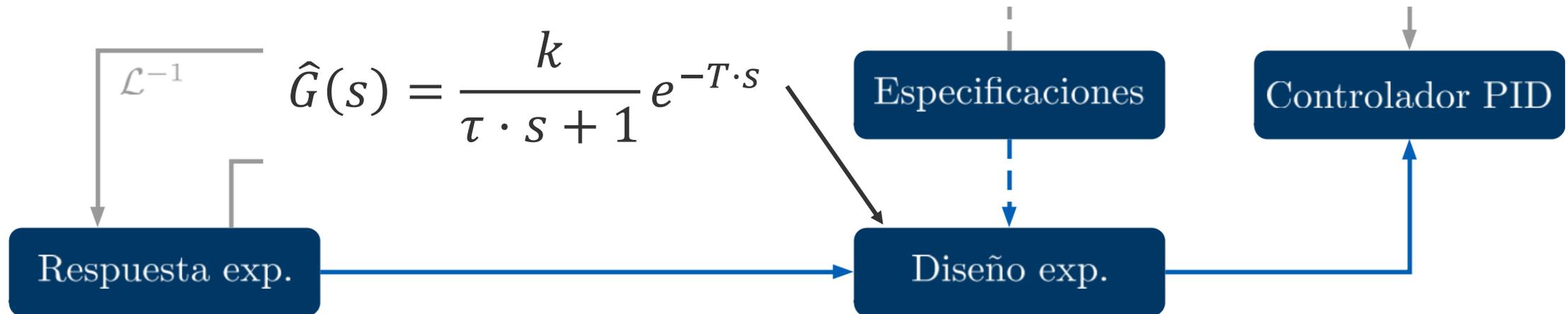
— Intermedio

— Muy robusto

	PI			
	K_p	T_i	T_d	K_i
Poco robusto	$0.6 \frac{\Delta u}{a}$	$4L$	0	$0.15 \frac{\Delta u}{aL}$
Robustez intermedia	$0.475 \frac{\Delta u}{a}$	$8.7L$	0	$0.055 \frac{\Delta u}{aL}$
Muy robusto	$0.35 \frac{\Delta u}{a}$	$13.4L$	0	$0.025 \frac{\Delta u}{aL}$

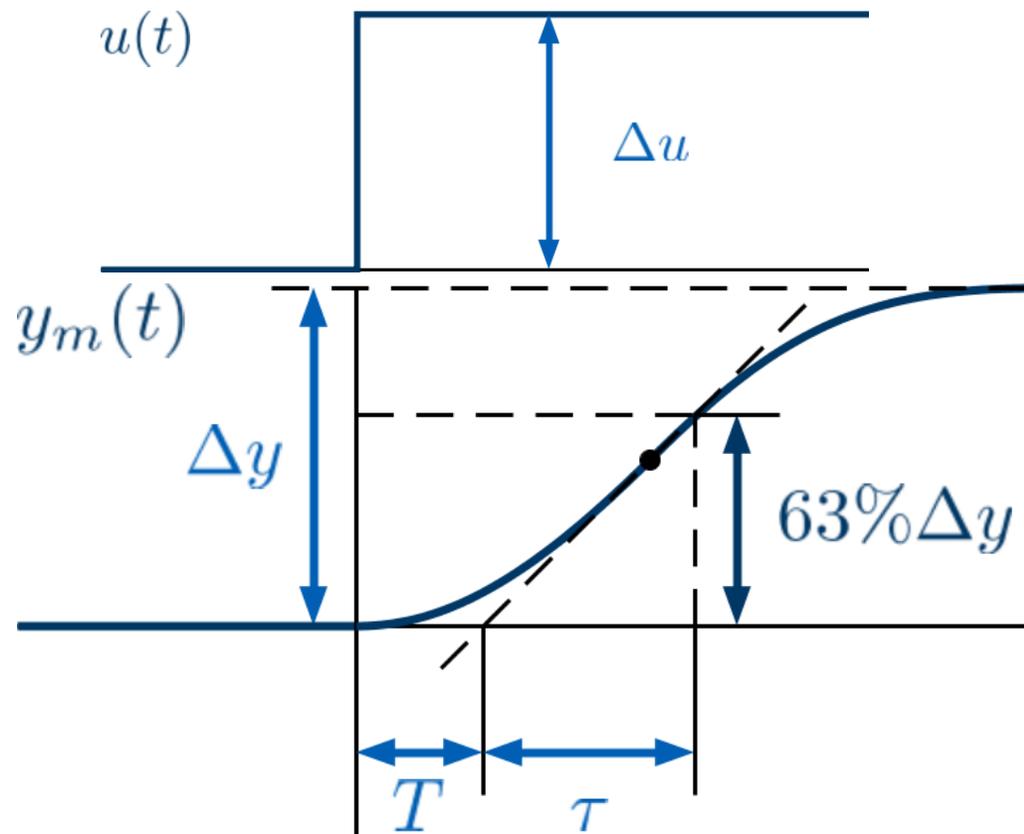
MÉTODOS BASADOS EN LA RESPUESTA EN BUCLE ABIERTO

Escalón con valor final conocido



MÉTODOS BASADOS EN LA RESPUESTA EN BUCLE ABIERTO

Escalón con valor final conocido, método de la recta tangente:



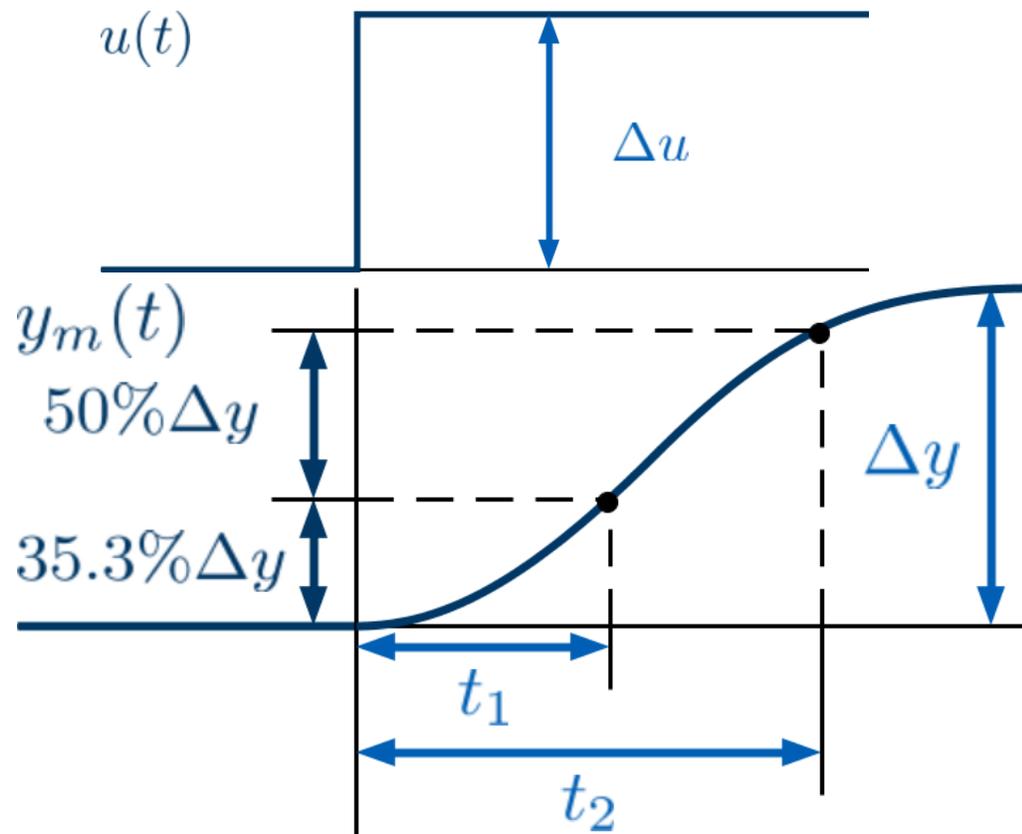
$$k = \frac{\Delta y}{\Delta u}$$

$T \leftarrow$ medición

$\tau \leftarrow$ medición

MÉTODOS BASADOS EN LA RESPUESTA EN BUCLE ABIERTO

Escalón con valor final conocido, método de dos puntos (35,3% y 85,3%):



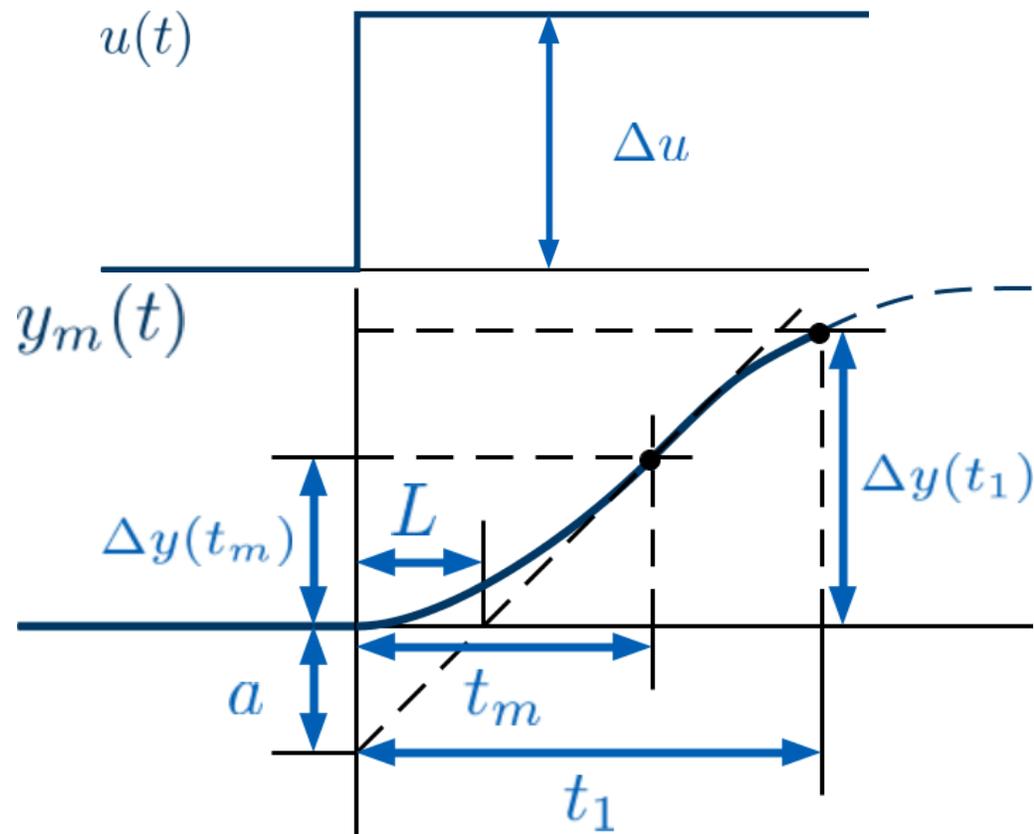
$$k = \frac{\Delta y}{\Delta u}$$

$$T = 1,3 \cdot t_1 - 0,29 \cdot t_2$$

$$\tau = 0,67 \cdot (t_2 - t_1)$$

MÉTODOS BASADOS EN LA RESPUESTA EN BUCLE ABIERTO

Escalón con valor final conocido, estimación del modelo sin valor final



$$k = \frac{\Delta y(t_m)}{\Delta u} + \frac{a \cdot \tau}{L \cdot \Delta u}$$

$$T = t_m - \tau \cdot \ln \left(\frac{\Delta y(t_m) \cdot L}{a \cdot \tau} + 1 \right)$$

$$\Delta y(t_1) - \Delta y(t_m) = \frac{a}{L} \cdot \tau \cdot \left(1 - e^{-\frac{t_1 - t_m}{\tau}} \right)$$

MÉTODOS BASADOS EN LA RESPUESTA EN BUCLE ABIERTO

Escalón con valor final conocido, obtención del controlador:

	PI		PID		
	K_p	T_i	K_p	T_i	T_d
Poco robusto	$\frac{0.859}{k} \left(\frac{T}{\tau}\right)^{-0.997}$	$1.484 \tau \left(\frac{T}{\tau}\right)^{0.468}$	$\frac{1.357}{k} \left(\frac{T}{\tau}\right)^{-0.947}$	$1.188 \tau \left(\frac{T}{\tau}\right)^{0.738}$	$0.381 \tau \left(\frac{T}{\tau}\right)^{0.995}$
Muy robusto	$\frac{0.15}{k} + \left(0.35 - \frac{\tau T}{(\tau + T)^2}\right) \frac{\tau}{kT}$	$0.35T + \frac{13\tau^2 T}{\tau^2 + 12\tau T + 7T^2}$	$\frac{1}{k} \left(0.2 + 0.45 \frac{\tau}{T}\right)$	$\frac{0.4T + 0.8\tau}{T + 0.1\tau} T$	$\frac{0.5T\tau}{0.3T + \tau}$

Se puede **interpol**ar entre controladores

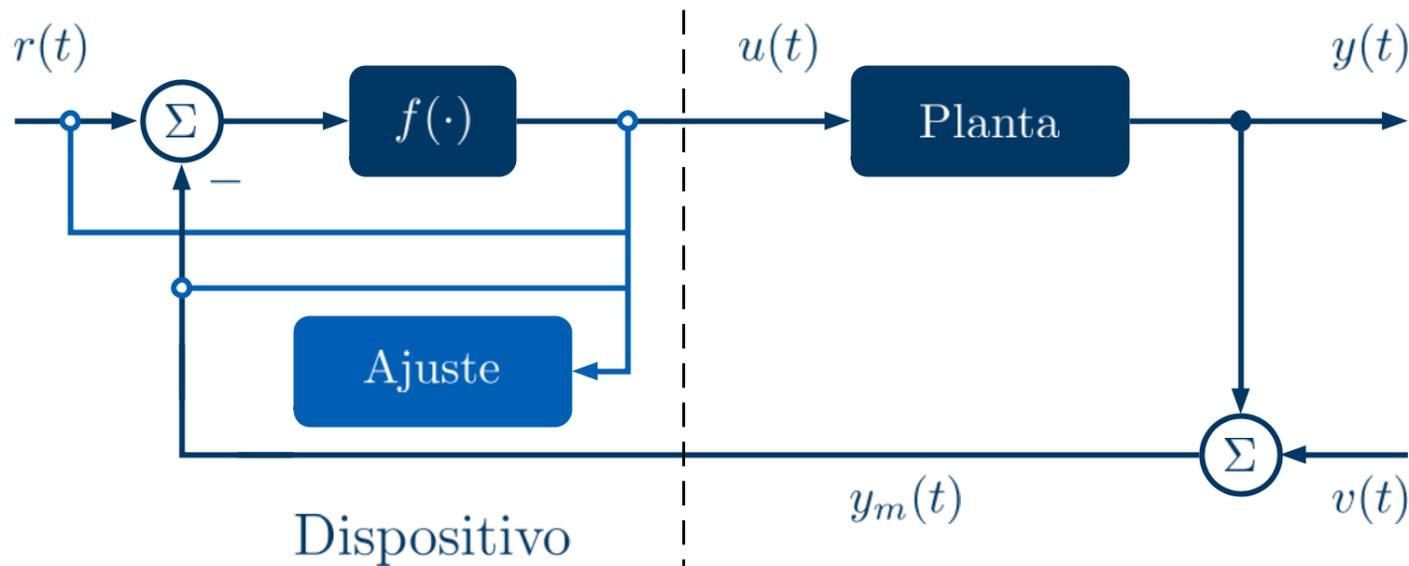
MÉTODOS BASADOS EN LA RESPUESTA EN BUCLE CERRADO

MÉTODO CON PID

MÉTODO CON RELÉ

MÉTODOS BASADOS EN LA RESPUESTA EN BUCLE CERRADO

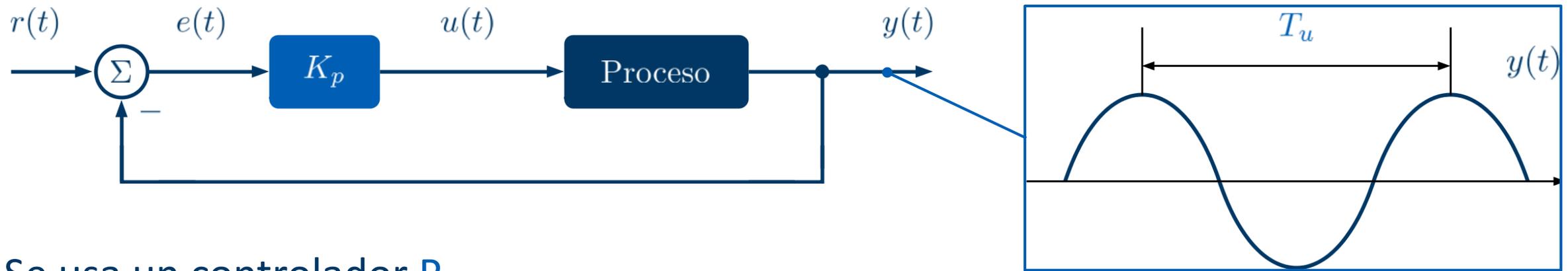
Métodos en bucle cerrado:



$u(t)$ es función de $y_m(t)$

MÉTODOS BASADOS EN LA RESPUESTA EN BUCLE CERRADO

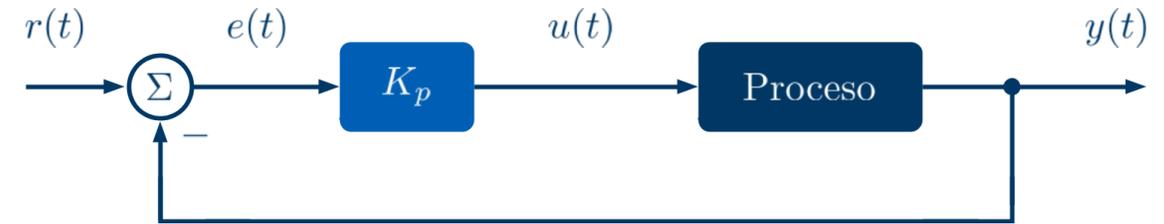
Método en bucle cerrado, con PID:



- Se usa un controlador P.
- Se aumenta la ganancia K_p hasta que oscila sin amortiguarse (K_u).
- Se mide el periodo de las oscilaciones (T_u).

MÉTODOS BASADOS EN LA RESPUESTA EN BUCLE CERRADO

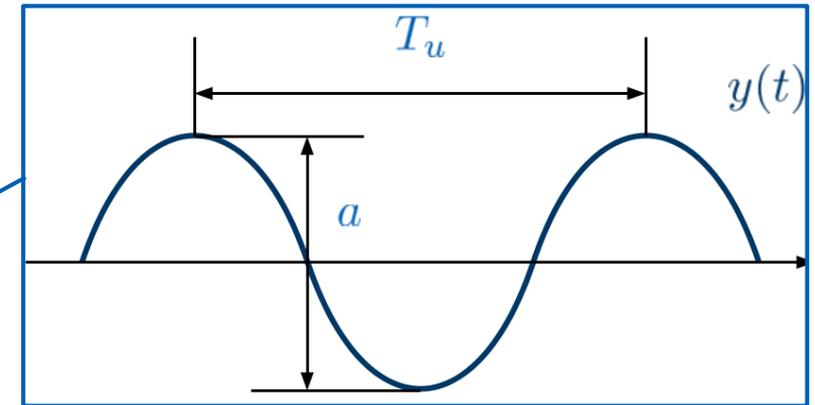
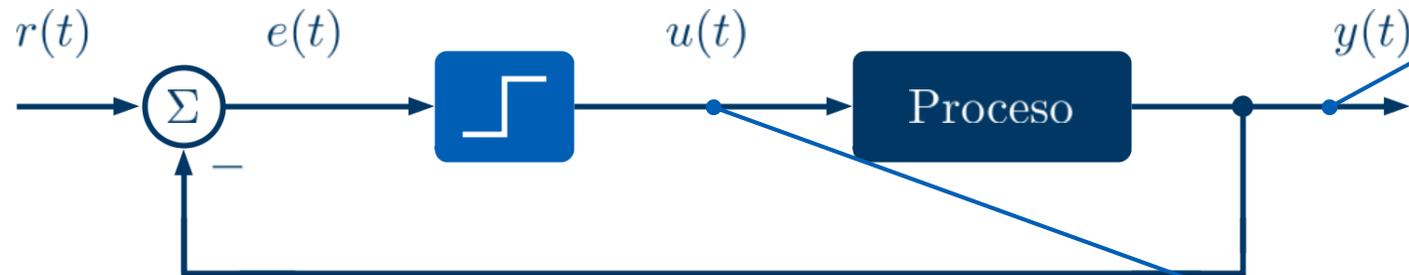
Método en bucle cerrado, con PID:



	PI			PID			
	K_p	T_i	K_i	K_p	T_i	T_d	K_i
Poco robusto	$0.3K_u$	$0.9T_u$	$0.43 \frac{K_u}{T_u}$	$0.6K_u$	$0.6T_u$	$0.15T_u$	$\frac{K_u}{T_u}$
Intermedio	$0.22K_u$	T_u	$0.22 \frac{K_u}{T_u}$	$0.45K_u$	$0.75T_u$	$0.18T_u$	$0.6 \frac{K_u}{T_u}$
Muy robusto	$0.15K_u$	$1.1T_u$	$0.136 \frac{K_u}{T_u}$	$0.3K_u$	$0.9T_u$	$0.22T_u$	$0.33 \frac{K_u}{T_u}$

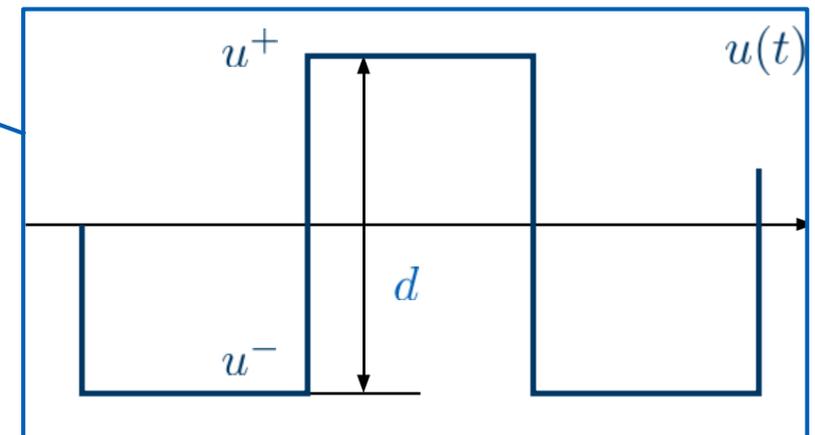
MÉTODOS BASADOS EN LA RESPUESTA EN BUCLE CERRADO

Método en bucle cerrado, con relé:



Alternativa que permite obtener rápidamente la ganancia crítica:

$$K_u = \frac{4 \cdot d}{\pi \cdot a}$$

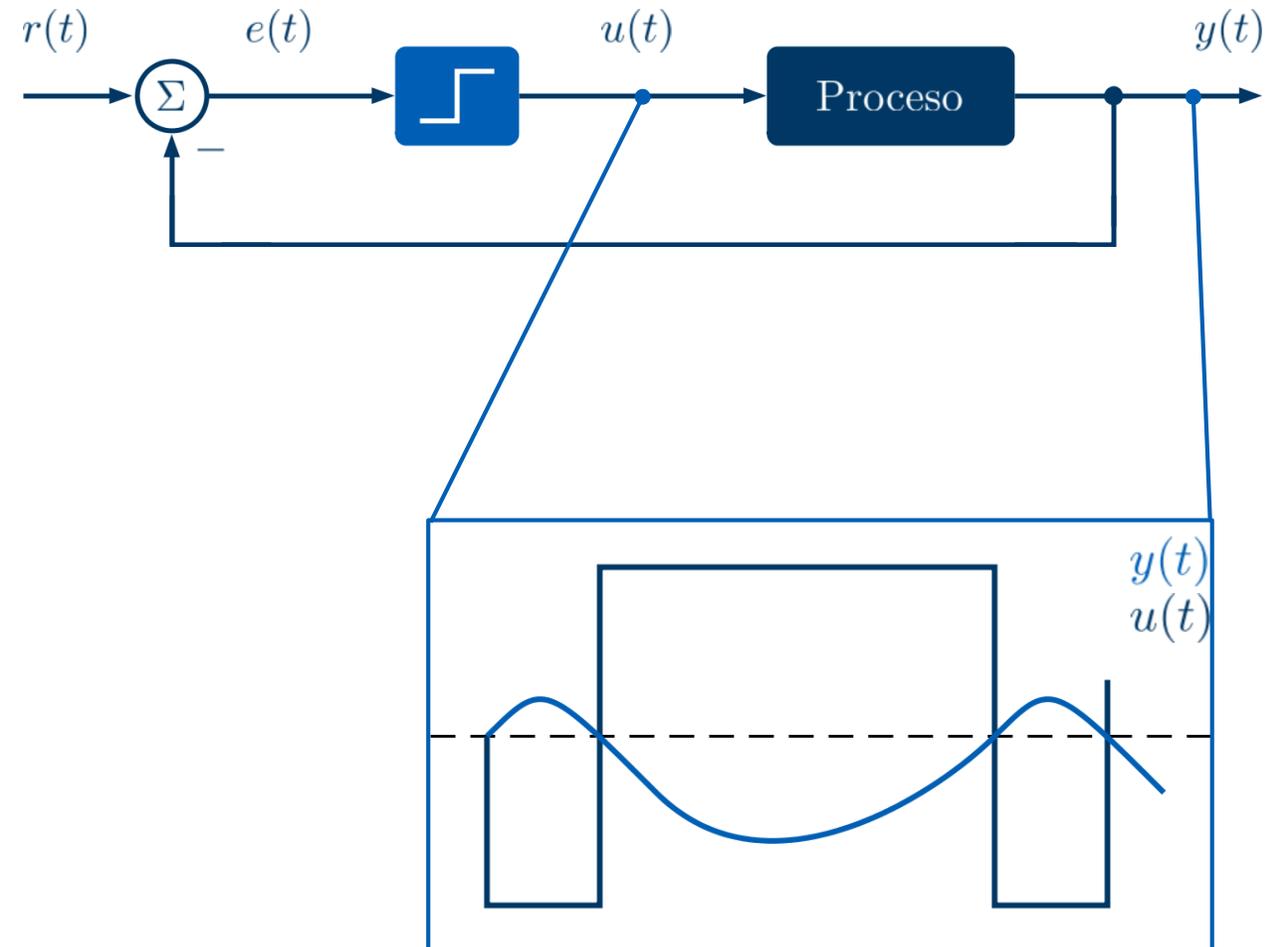


MÉTODOS BASADOS EN LA RESPUESTA EN BUCLE CERRADO

Método en bucle cerrado, con relé:

Si la referencia no está centrada, la onda cuadrada puede ser muy asimétrica (imprecisión en el método). Para corregirlo:

- Modificar la referencia.
- O Modificar los valores u^+ y u^- .

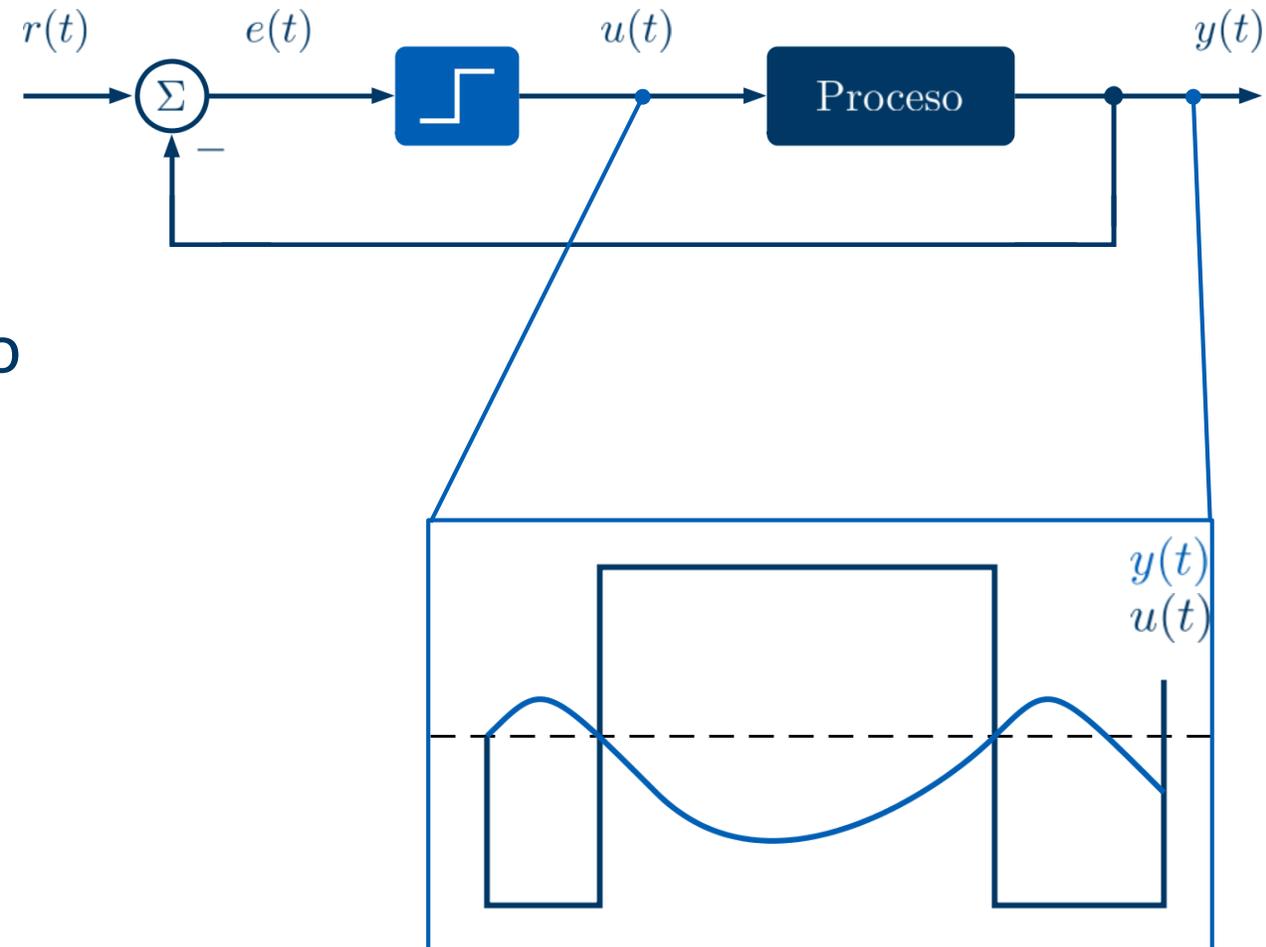


MÉTODOS BASADOS EN LA RESPUESTA EN BUCLE CERRADO

Método en bucle cerrado, con relé:

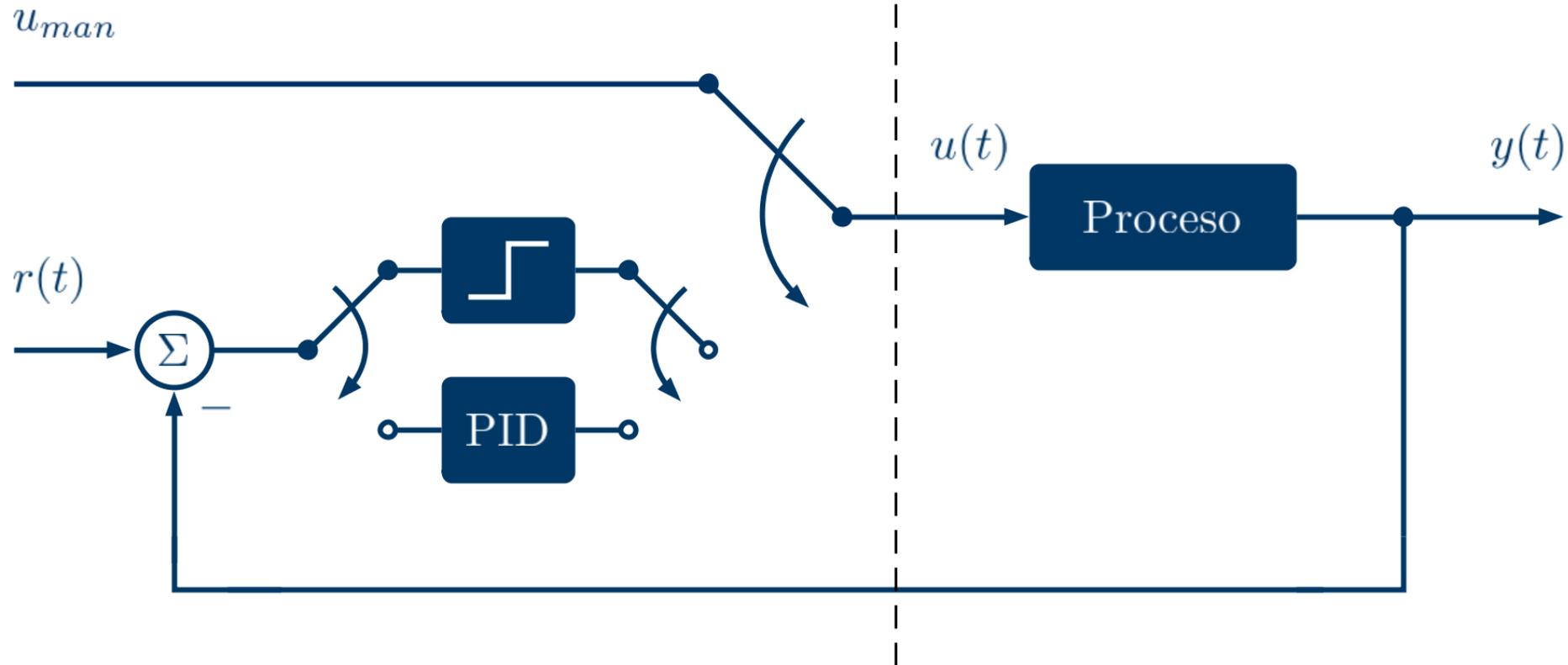
Si se conoce la ganancia del proceso ($G(0)$), satisfaced:

$$\begin{cases} 2 \cdot y_r = G(0) \cdot (u^+ + u^-) \\ u^+ \cdot G(0) > y_r \\ u^- \cdot G(0) < y_r \end{cases}$$

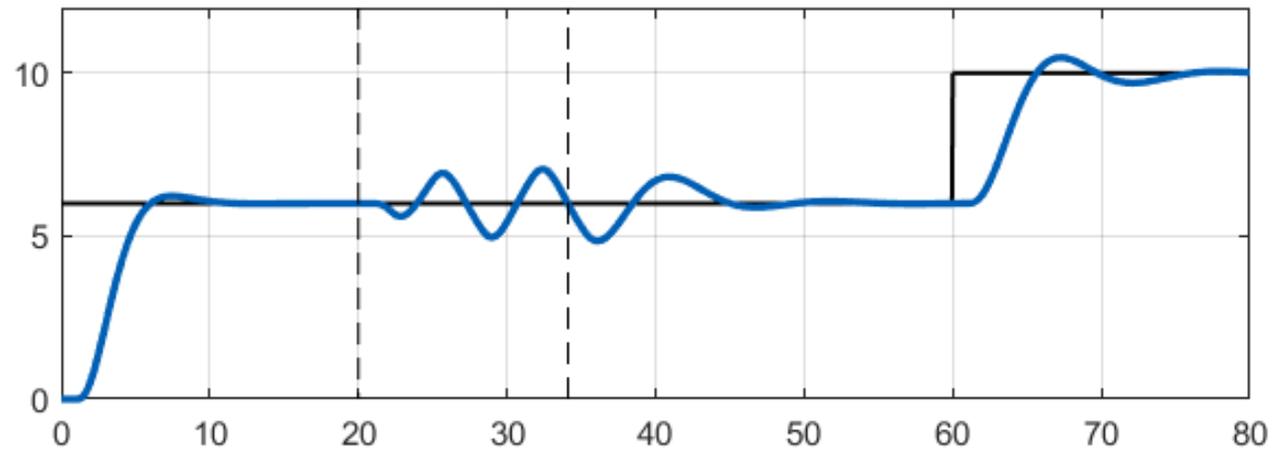
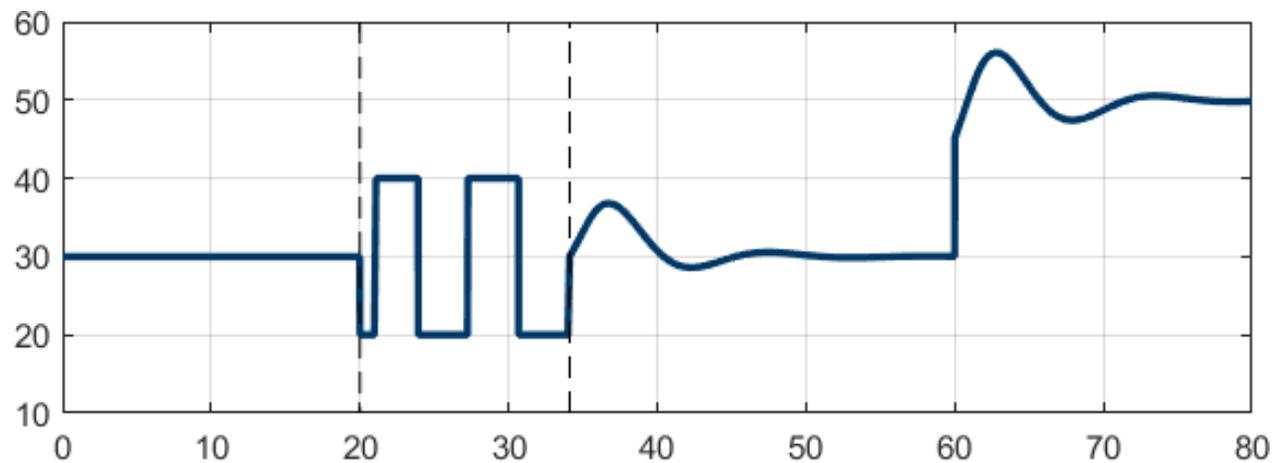
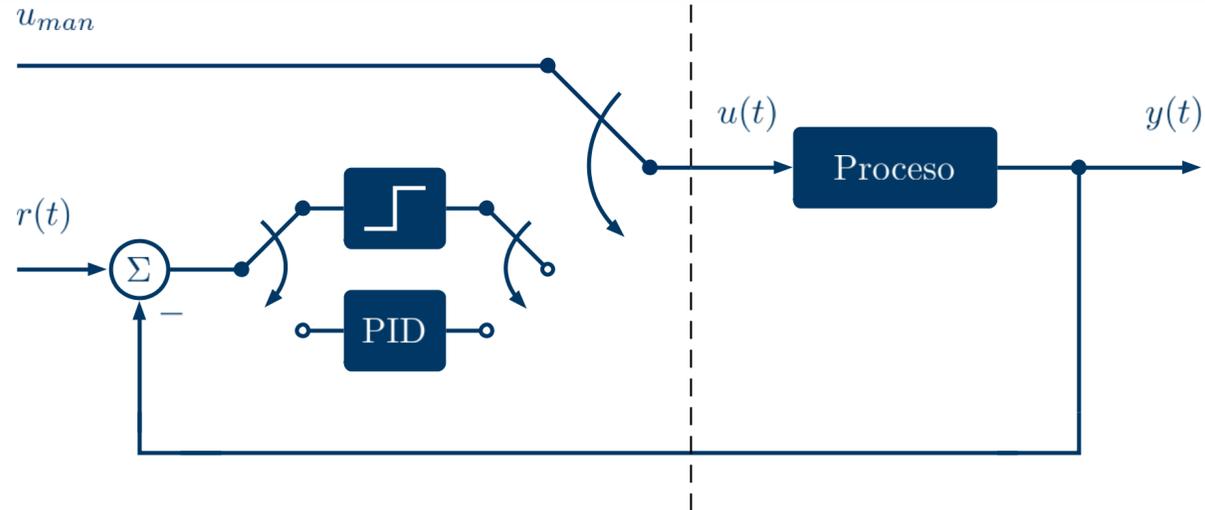


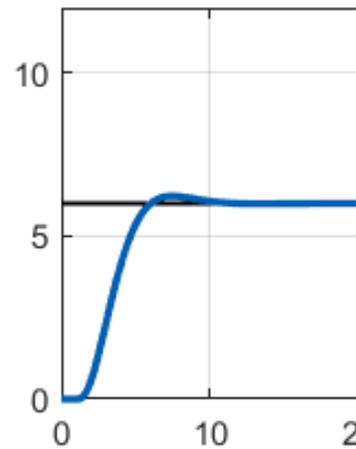
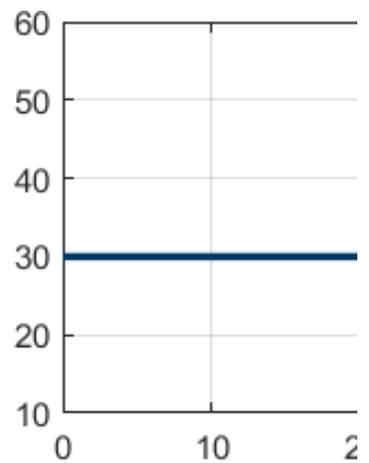
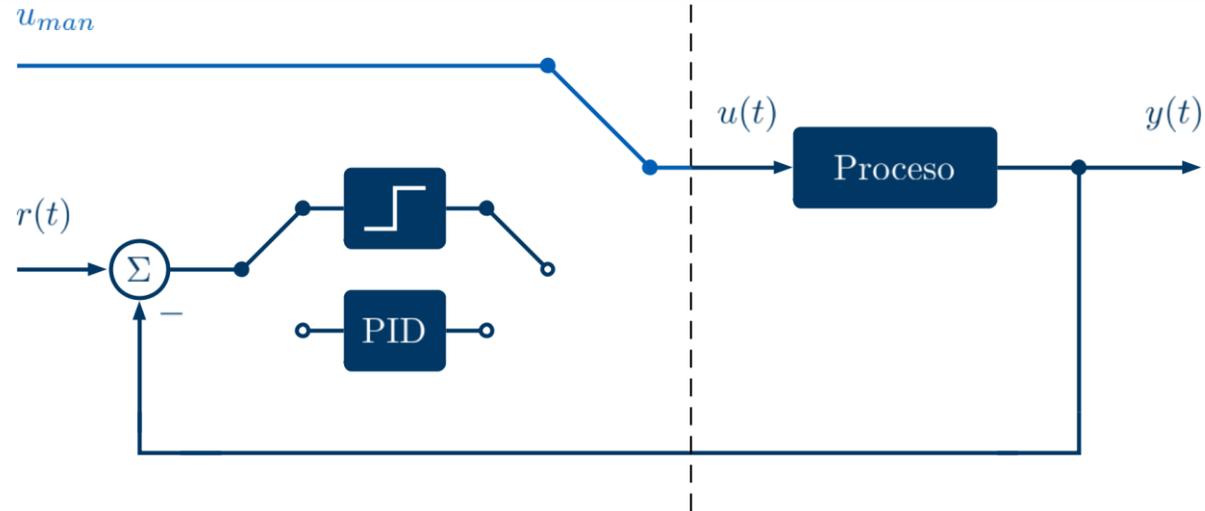
AUTOAJUSTE

Experimento automático en PID comerciales. Utilizan método BC con relé.

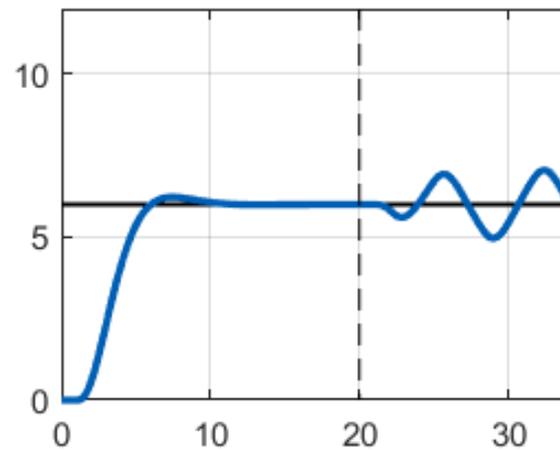
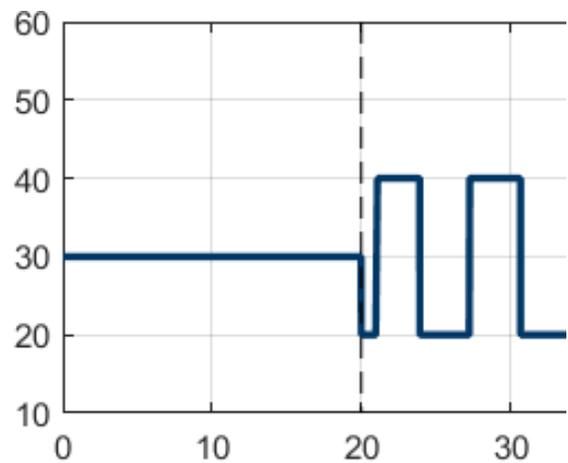
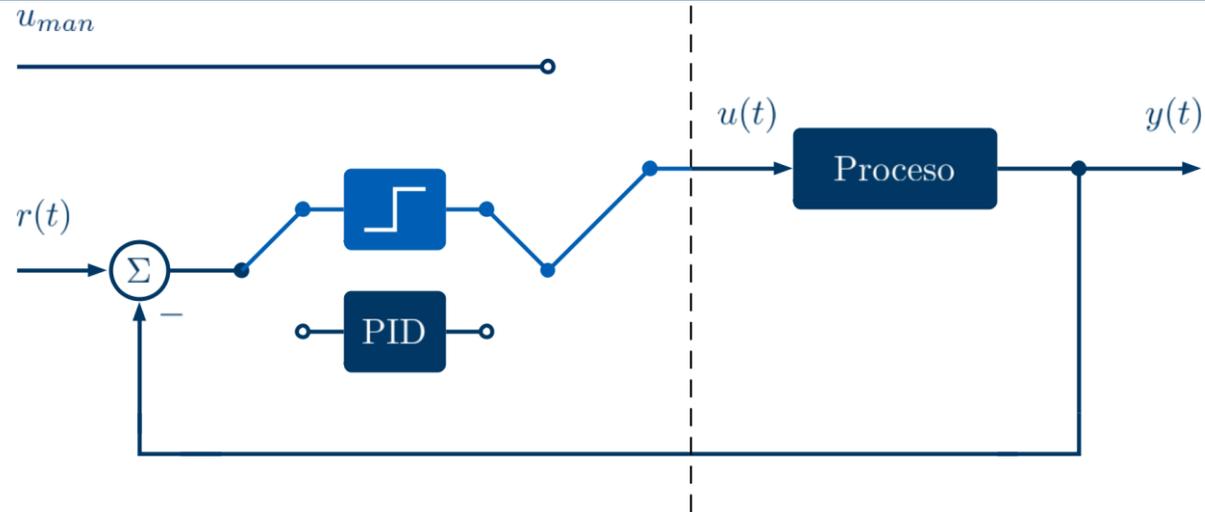


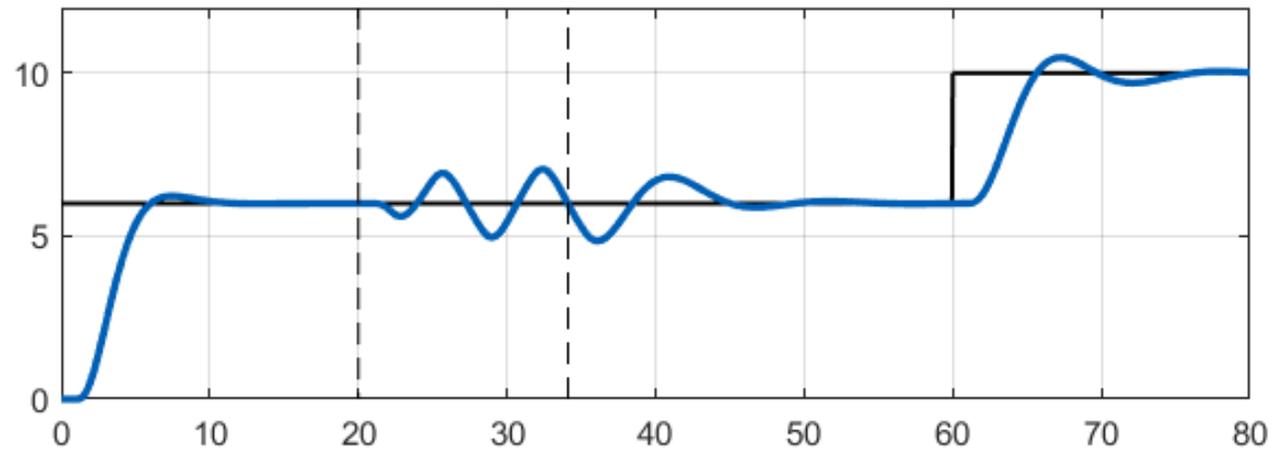
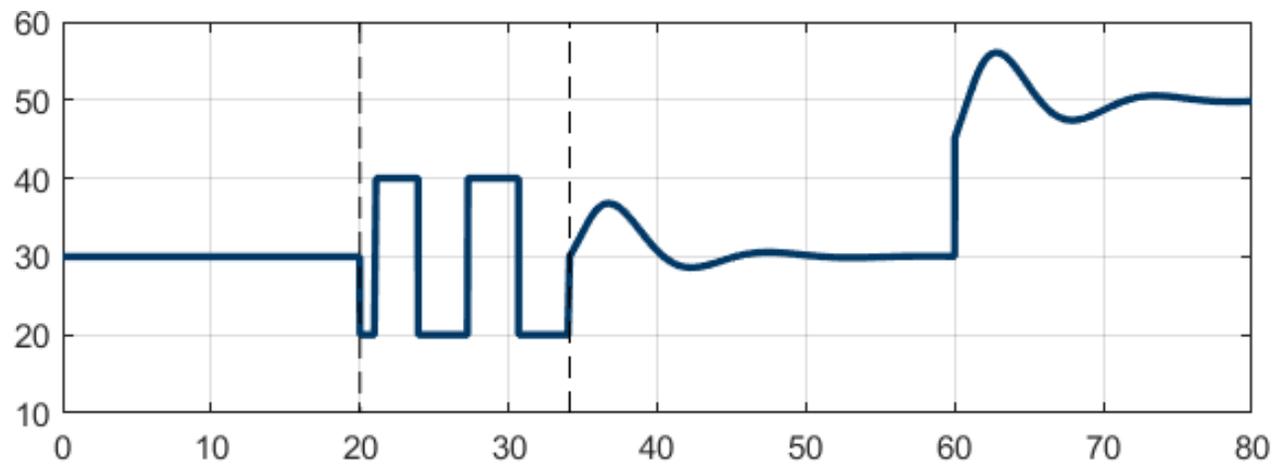
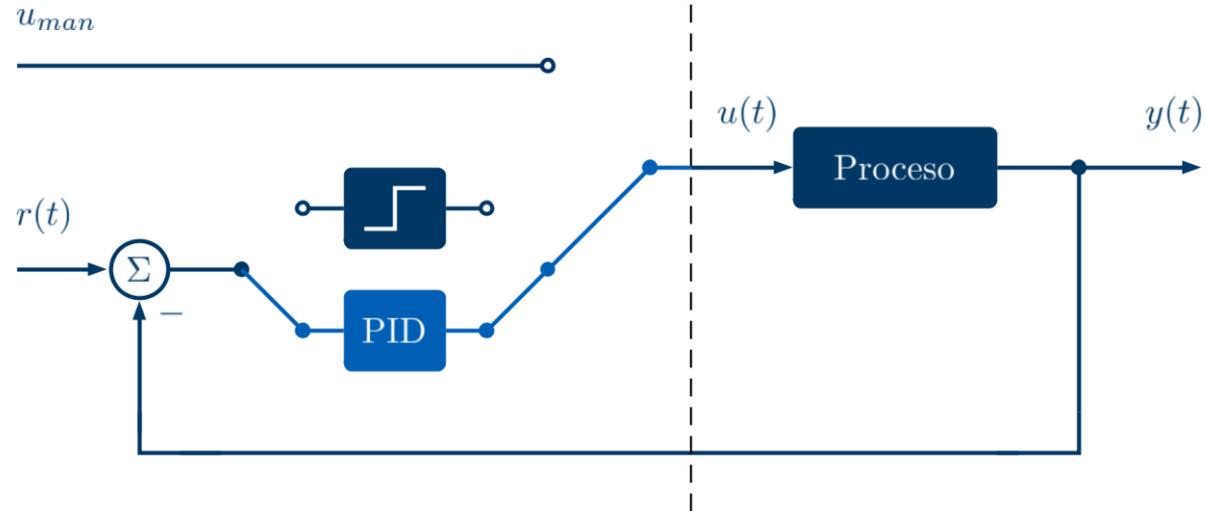
AUTOAJUSTE





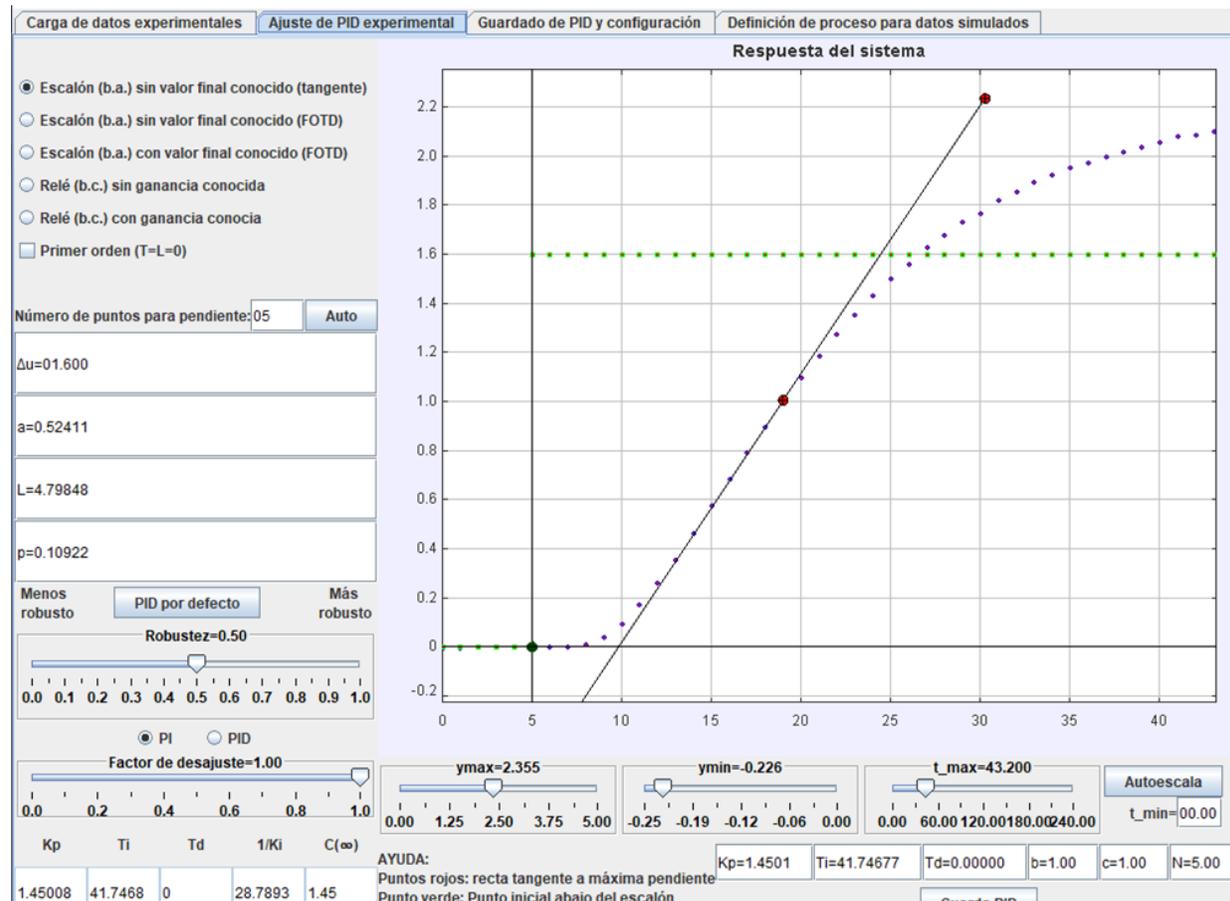
AUTOAJUSTE





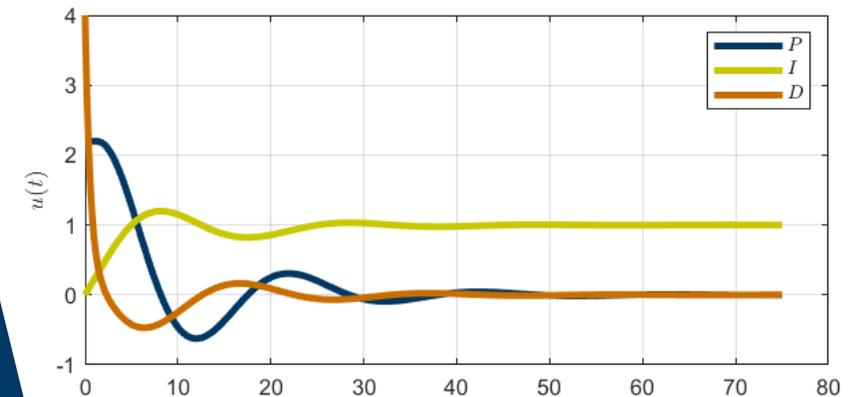
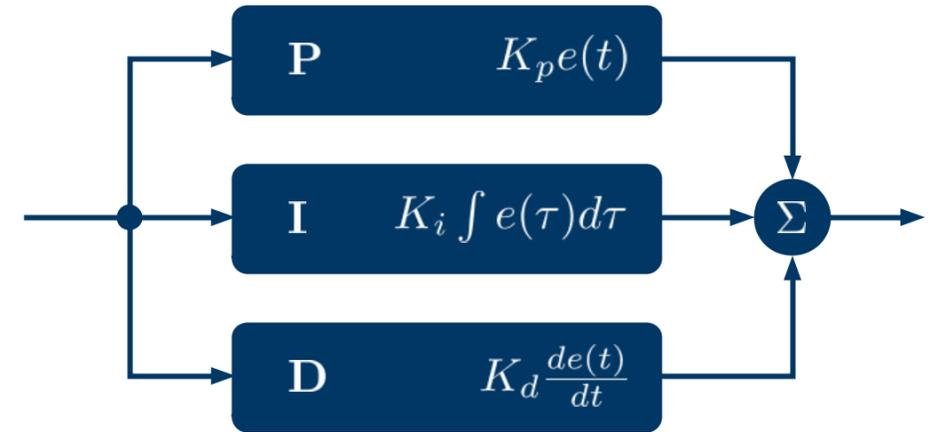
HERRAMIENTAS DE SOPORTE

HERRAMIENTAS DE SOPORTE PARA EL AJUSTE



<https://sites.google.com/a/uji.es/freepidtools/home/download-herramienta-de-ajuste-experimental-de-pid>

CONTROLADORES PID: PRINCIPIOS Y AJUSTE EXPERIMENTAL



CICLO DE CONFERENCIAS DEL MÁSTER UNED-UCM Y DEL PROGRAMA DE
DOCTORADO EN “INGENIERÍA DE SISTEMAS Y DE CONTROL”

